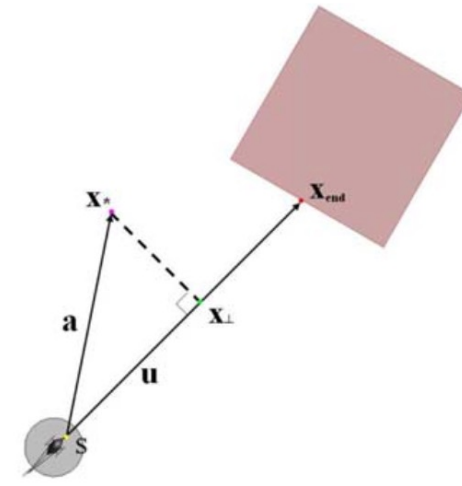
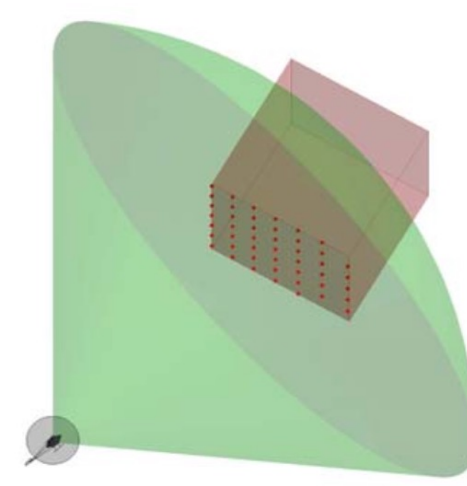
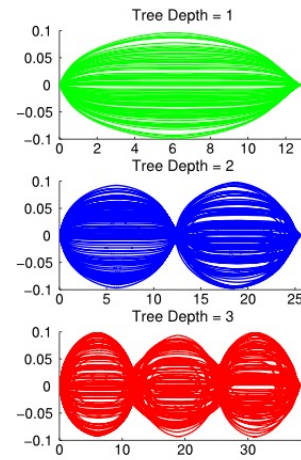
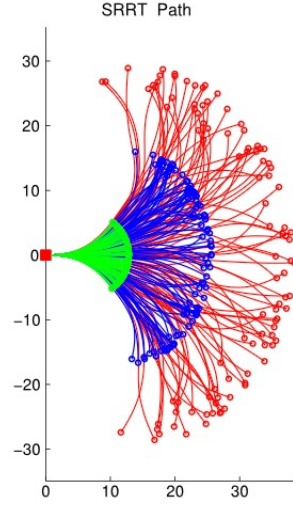
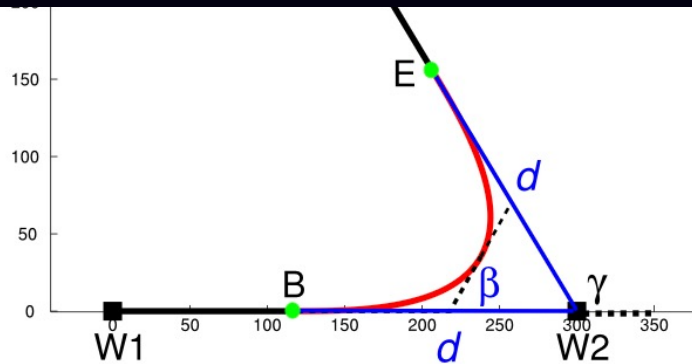
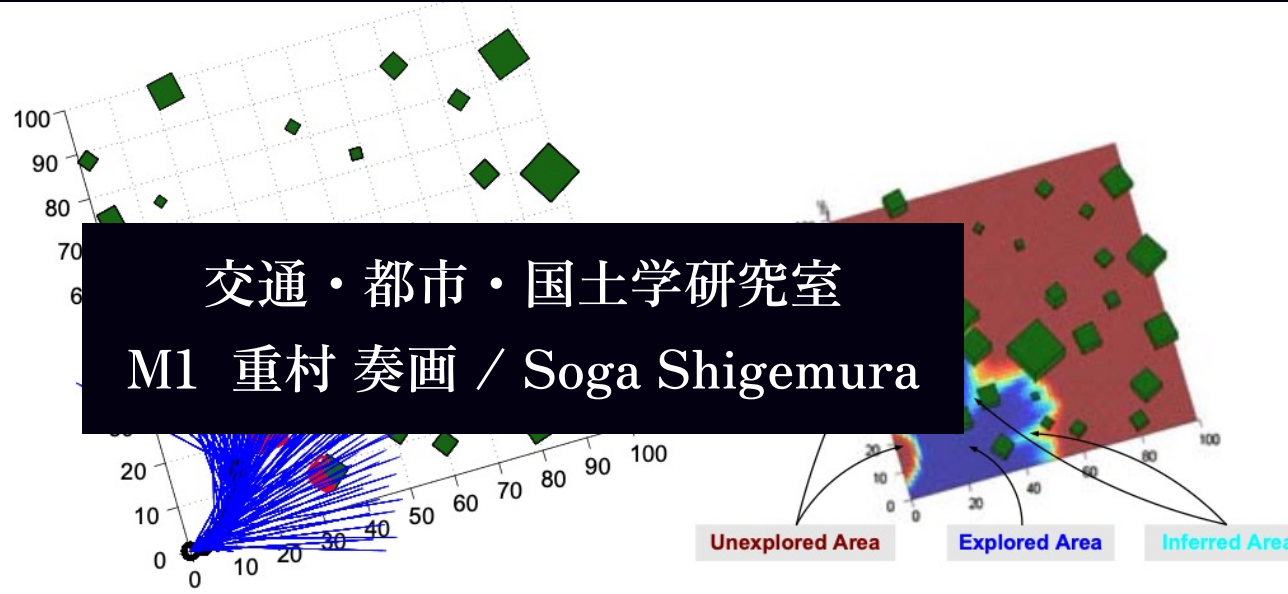
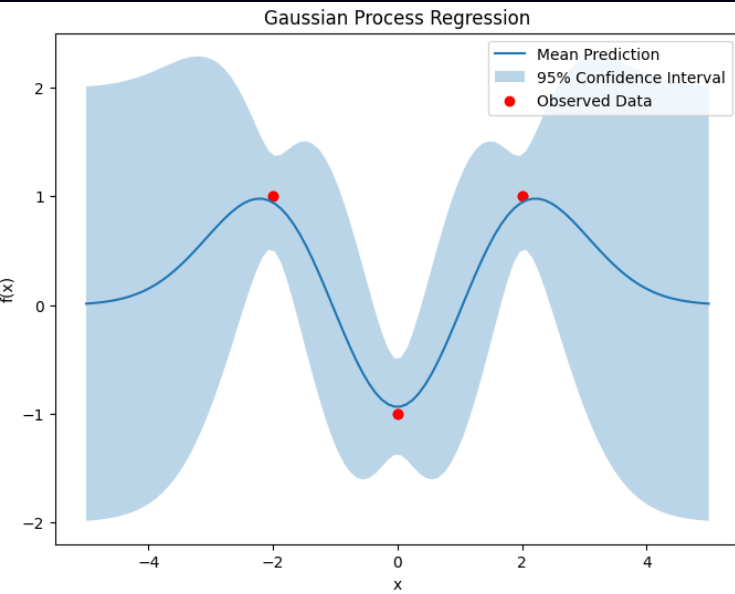


2025.06.10 理論談話会#12

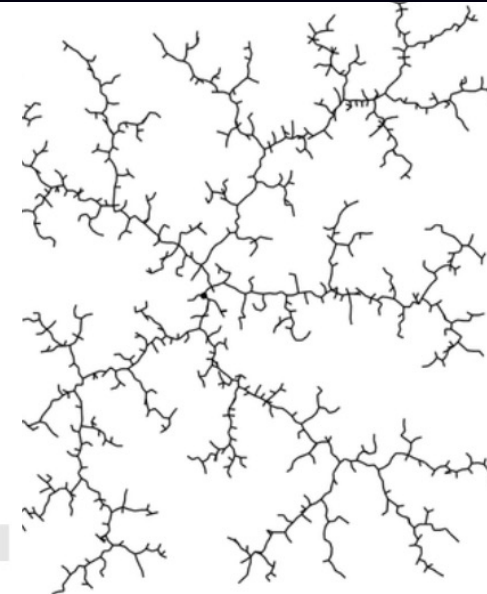


A Gaussian process-based RRT planner for the exploration of an unknown and cluttered environment with a UAV

Yang, K., Keat Gan, S., & Sukkarieh, S. (2013). Advanced Robotics.



交通・都市・国土学研究室
M1 重村 奏画 / Soga Shigemura



- 1 はじめに
- 2 **3次元ガウス過程 (GP) 占有マップ**
- 3 **GP占有マップを用いた経路計画**
- 4 探査ミッションのための情報理論的経路計画
- 5 実験結果
- 6 結論

01.



はじめに

1.1 本論文の概要

4

課題

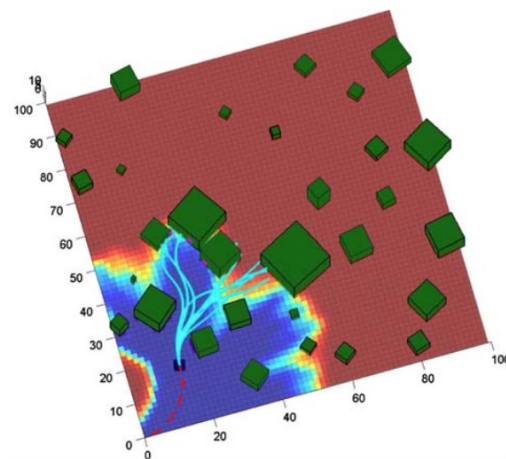
UAV (無人航空機) が未知 & 多数の障害物がある環境をレーザーで自律飛行
⇒ マップ構築・探査が課題

既存手法

グリッド占有マップ + A* など
⇒ 3次元で計算量爆発

提案手法

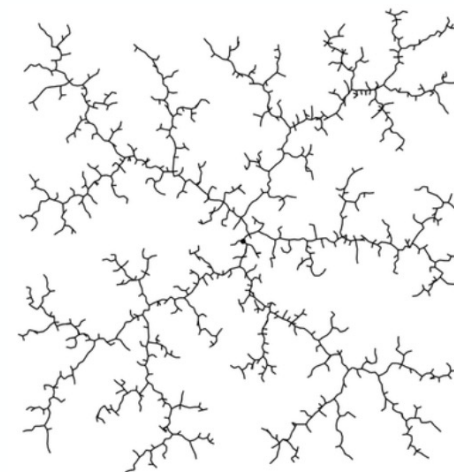
GP占有マップ
(Gaussian Process, ガウス過程)



連続空間で確率的占有推定

+

RRT
(Rapidly-Exploring Random Tree)



相互情報量に基づく経路探索

新規性

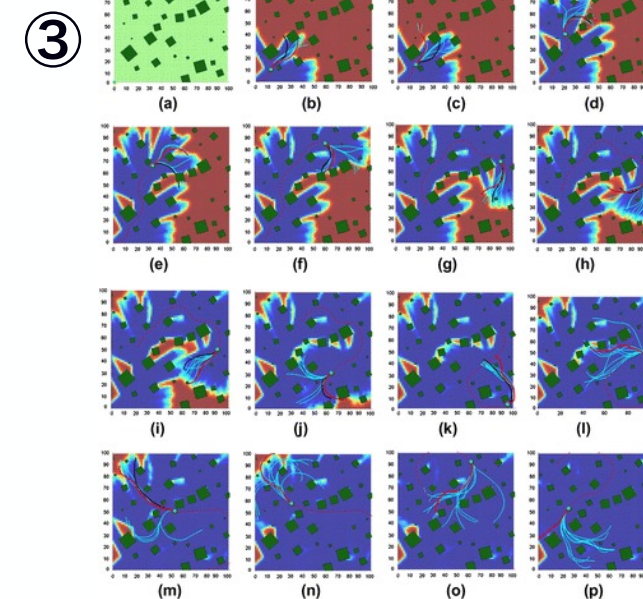
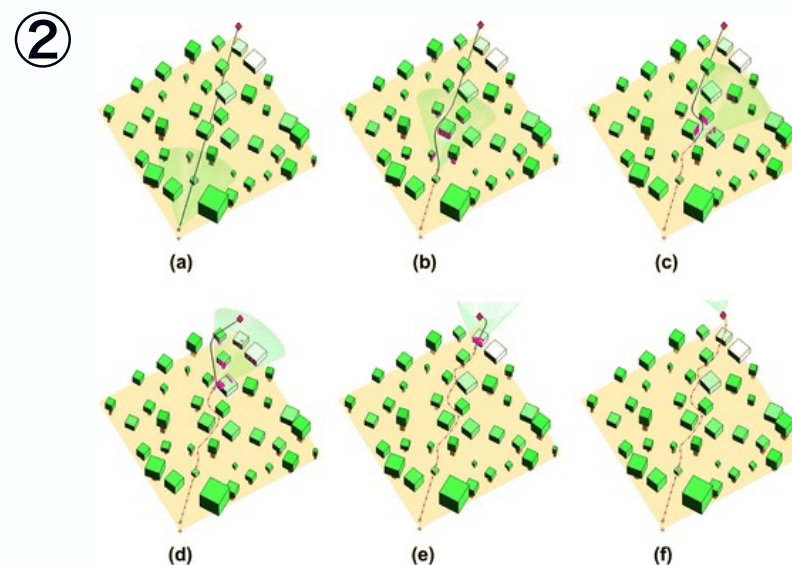
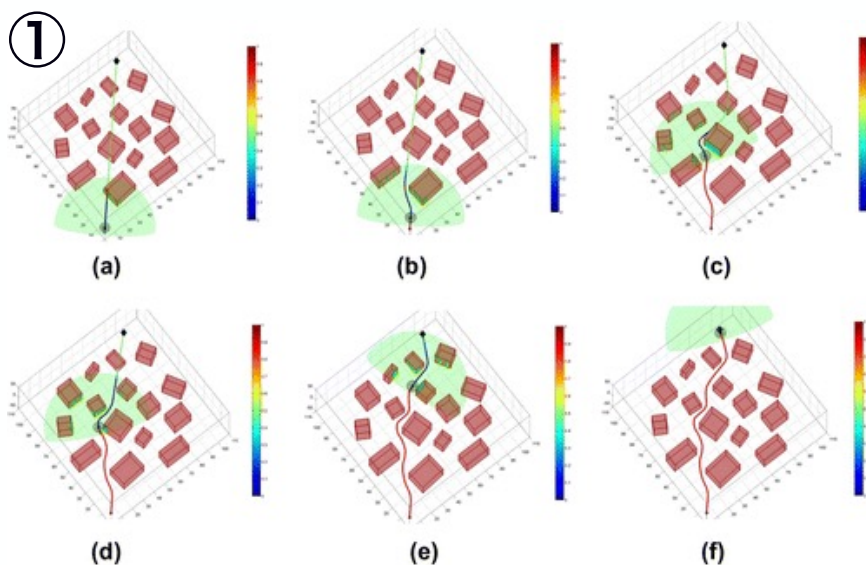
- GP+RRTの統合により、連続空間での占有確率を表現
- 相互情報量を用いて環境の不確実性を減らす方向に経路生成

有用性

- 計算量、センサー誤差、オクルージョン (遮蔽) に対応
- 運動力学的制約 (固定翼機の最小旋回半径など) を考慮可能

信頼性

- ①都市建造物回避 ②森林回避 ③情報収集探査 の3シナリオで数値実験
⇒衝突回避と探査ミッションに成功

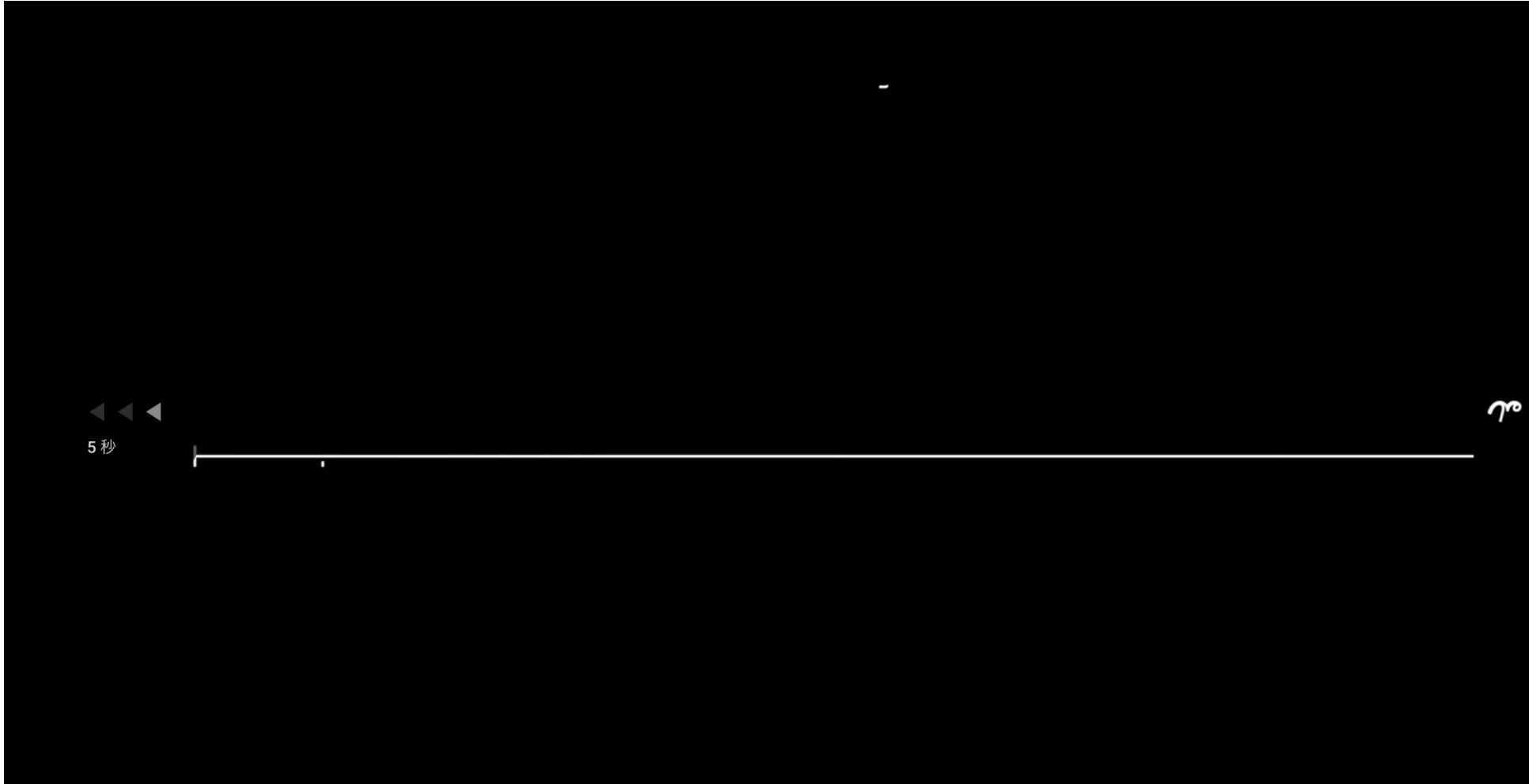


02.

3次元ガウス過程 (GP) 占有マップ

2.1 ガウス過程 (GP) 回帰モデル

- ガウス過程 = 任意次元の入力に対する出力の同時分布が多変量ガウス分布に従う
- 不確実性を考慮して推定するノンパラメトリック回帰モデル
- カーネル関数 (線形, 指数, 周期など) は事前に決めておく



2.1 ガウス過程 (GP) 回帰モデル

学習データセット

$$\chi = \{(\mathbf{x}_i, y_i) | i = 1, \dots, n\}$$

入力: $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^D$

出力: 占有状態 $y_i = \begin{cases} +1 & (\text{占有}) \\ -1 & (\text{非占有}) \end{cases} \leftarrow \text{レーザーセンサから座標ごとを取得}$

ガウス過程による予測分布

$$f_* | \mathbf{x}_*, \chi \sim N(\mu_*, \sigma_*^2)$$

$$\text{平均 } \mu_* = k(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}) [k(\mathbf{x}, \mathbf{x}) + \sigma_n^2 I]^{-1} \mathbf{y}$$

$$\text{分散 } \sigma_*^2 = k(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_*) - k(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}) [k(\mathbf{x}, \mathbf{x}) + \sigma_n^2 I]^{-1} k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_*)$$

$$\text{カーネル関数 } k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^T \mathbf{M}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\right)$$

(GP共分散)

$$\mathbf{M} = \text{diag}[1/l_1^2, \dots, 1/l_D^2]$$

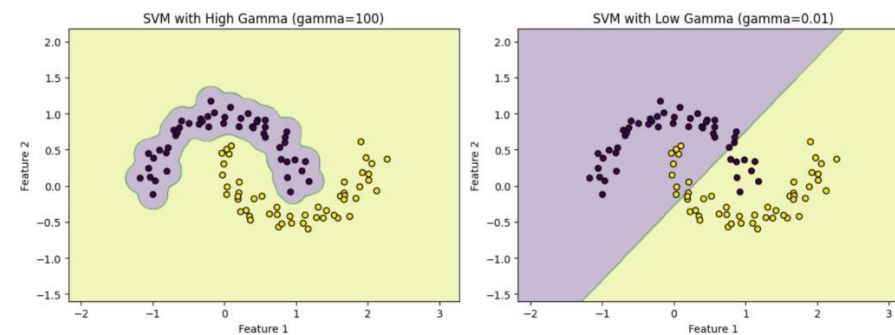
σ_f^2 : ガウスノイズの分散

σ_n^2 : 信号強度の分散

l_i : 次元 i での滑らかさの尺度(ハイパーパラメータ) $\rightarrow$

SE=Squared-exponential
RBFカーネル
ガウスカーネル

RBF: Radial Basis Function, 動径基底関数



2.2 確率最小二乗分類 (PLSC)

- GP回帰モデルができたので、3次元空間の任意の点に障害物が存在するか判定

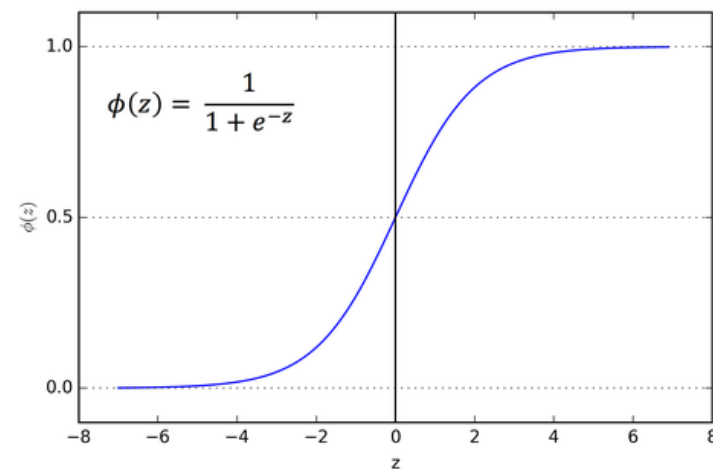
確率最小二乗分類

$$p(y_i|\mathbf{x}, y_{-i}, \theta) = \Phi\left(\frac{y_i(\alpha\mu_i + \beta)}{\sqrt{1 + \alpha^2\sigma_i^2}}\right)$$

標準正規分布の累積分布関数 $\Phi = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt$

y_{-i} : 点 $(\mathbf{x}_i, y_i)$ を除いた訓練データ

θ, α, β : ハイパーパラメータ (2.4節でデータから学習)



Sigmoid関数
(0~1に変換)

2.3 3次元レーザーセンサーモデル

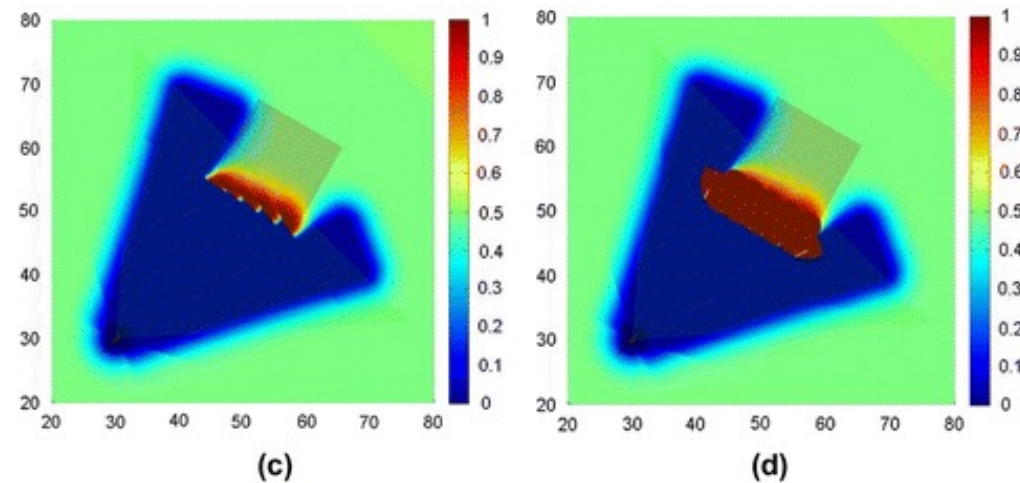
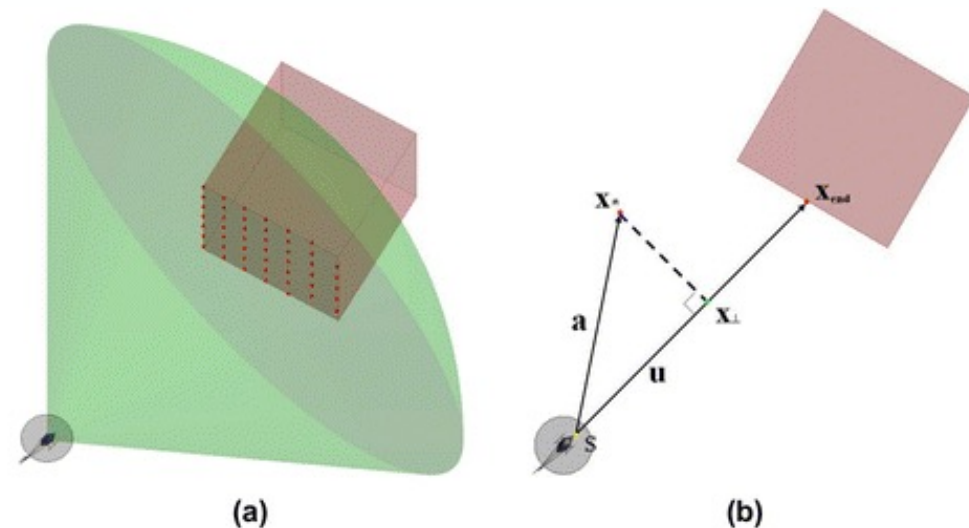
- 回転翼型UAVを用い、一度に複数のレーザービームを照射・取得できる3次元センサーが搭載されている仮定

センサーの取得データ

$$\Lambda^k = \{(s_i, \mathbf{u}_i, b_i) | i = 1: n_b\}^k$$

センサー位置 ビームのベクトル ヒットフラグ
(障害物にヒットで1)

- このデータがGPの学習データとなる



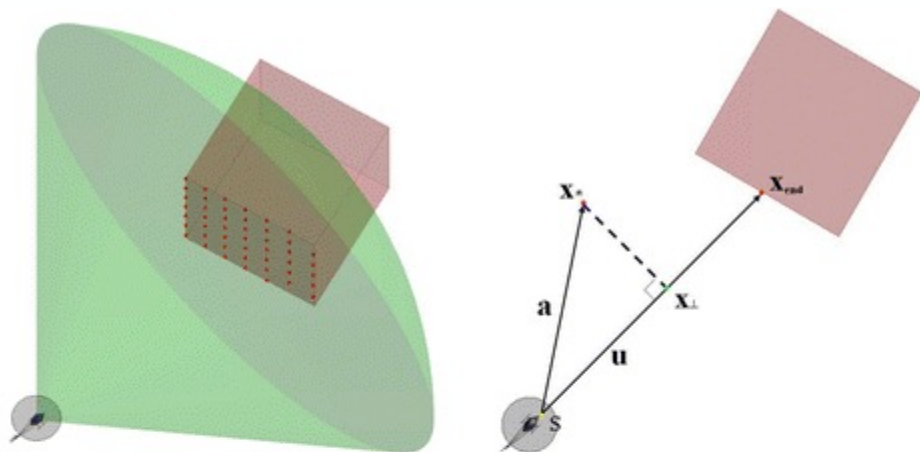
GP周辺尤度最大化

- 障害物の周囲を飛行しレーザーで取得したデータを用いて学習

$$\theta_{opt} = \arg \max [\ln p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta)]$$

$$\ln p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \theta) = \underbrace{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T K_y \mathbf{y}}_{\text{適合性}} - \underbrace{\frac{1}{2} \ln |K_y| - \frac{n}{2} \ln 2\pi}_{\text{複雑性}}$$

$$K_y = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}) + \sigma_n^2 I$$



- ハイパーパラメータは学習後固定される

PLSC交差検証

- LOO (Leave-One-Out) 法により確率の対数和を最大化

$$\{\alpha, \beta\}_{opt} = \arg \max \left[\sum_{i=1}^N \ln p(y_i|\mathbf{x}, \mathbf{y}_{-i}, \theta, \alpha, \beta) \right]$$

$$\ln p(y_i|\mathbf{x}, \mathbf{y}_{-i}, \theta) = -\frac{1}{2} \ln \sigma_i^2 - \frac{(y_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2} - \frac{1}{2} \ln 2\pi$$

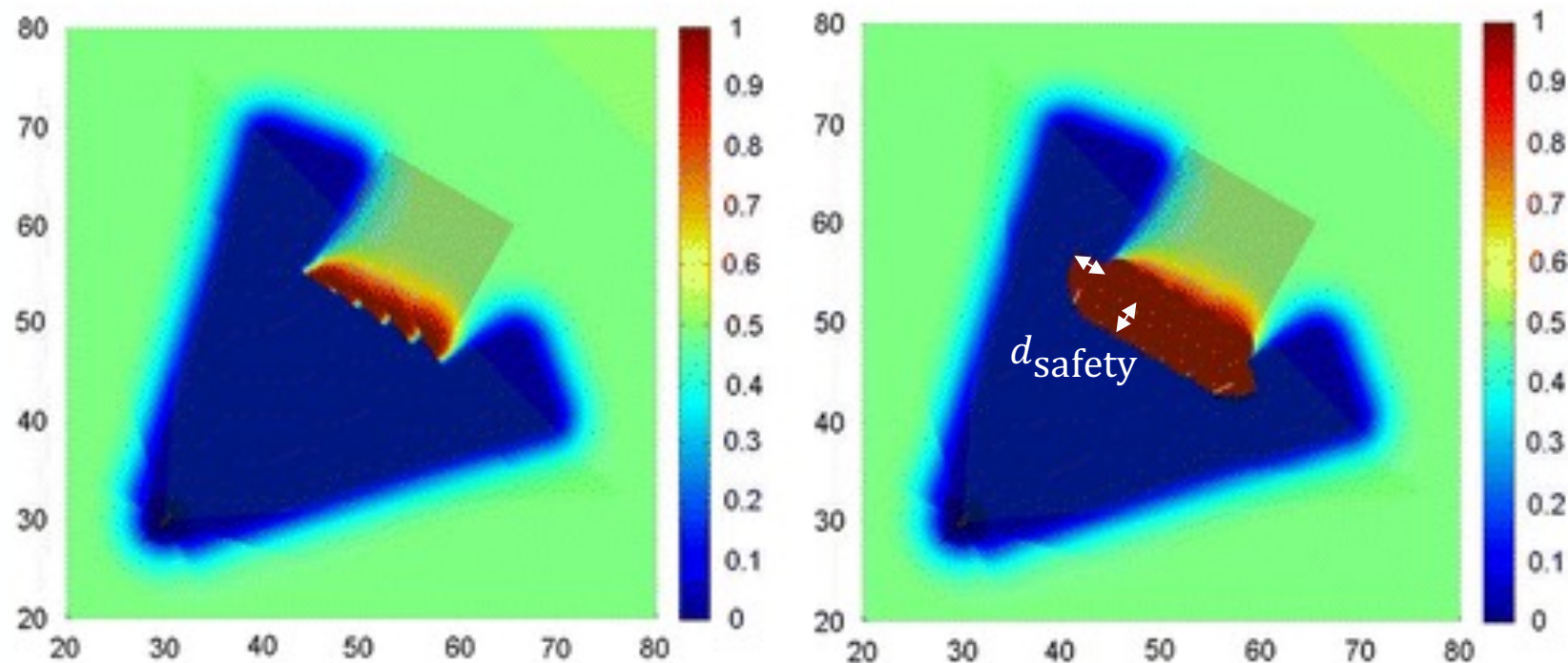
$$\mu_i|\theta = \mathbf{y}_i - [k(\mathbf{x}, \mathbf{x})^{-1} \mathbf{y}]_i / [k(\mathbf{x}, \mathbf{x})^{-1}]_{ii}$$

$$\sigma_i^2|\theta = 1 / [k(\mathbf{x}, \mathbf{x})^{-1}]_{ii}$$

: Training Set					: Test Set				
1	2	3	4	...	n				
1	2	3	4	...	n				
1	2	3	4	...	n				
⋮									
1	2	3	4	...	n				

LOOはデータ量が少ないときに用いる、多いとk-foldなど

- 障害物の周囲に安全マージン d_{safety} を設定
⇒ 障害物を検知したビームの終点 d_{end} から一定距離 d_{safety} 内の点を+1(占有)として扱う
- 追加計算コスト無しで実装可能



- 点 x_* の障害物判定をしたいとき、近傍データのみを抽出
- 全体の占有情報を Λ 、 x_* 近傍の部分集合を Λ_{x_*} とする: $\Lambda_{x_*} = \{\Lambda_{j,x_*} | j = 1 : n_s\}$

(n_s : ビームセグメント数)

Algorithm 1. Sparse training data extraction.

Require : Λ_{x_*}, x_*

1: $L \leftarrow \mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{u}}$

2: $x_{\perp} \leftarrow \mathbf{s} + L \hat{\mathbf{u}}$

3: $\mathbf{x}_{end} \leftarrow \mathbf{s} + \mathbf{u}$

4: **if** $d \leq 0$ **then**

5: $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{s}, y \leftarrow -1$

ビームの始点より手前→非占有

6: **else if** $d \geq |\mathbf{u}|$ **then**

7: $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}_{end}, y \leftarrow 2b - 1$

ビームの終点より遠く→フラグ適用

8: **else**

9: $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}_{\perp}, y \leftarrow -1$

ビームの中間→非占有

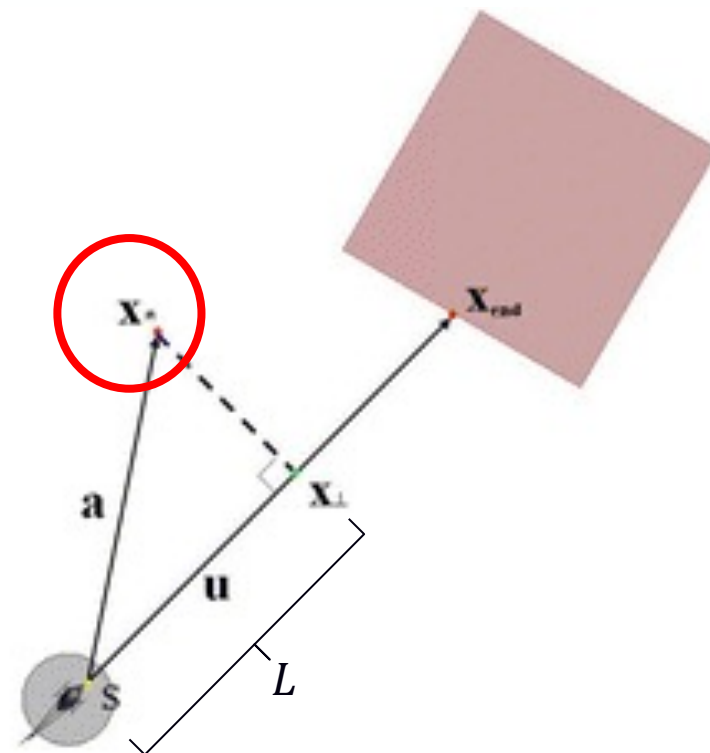
10: **end if**

11: **if** $b = 1$ $|\mathbf{x}_{end} - \mathbf{x}_*| \leq d_{\text{safety}}$ **then**

12: $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}_*, y \leftarrow 1$

安全マージン内→占有

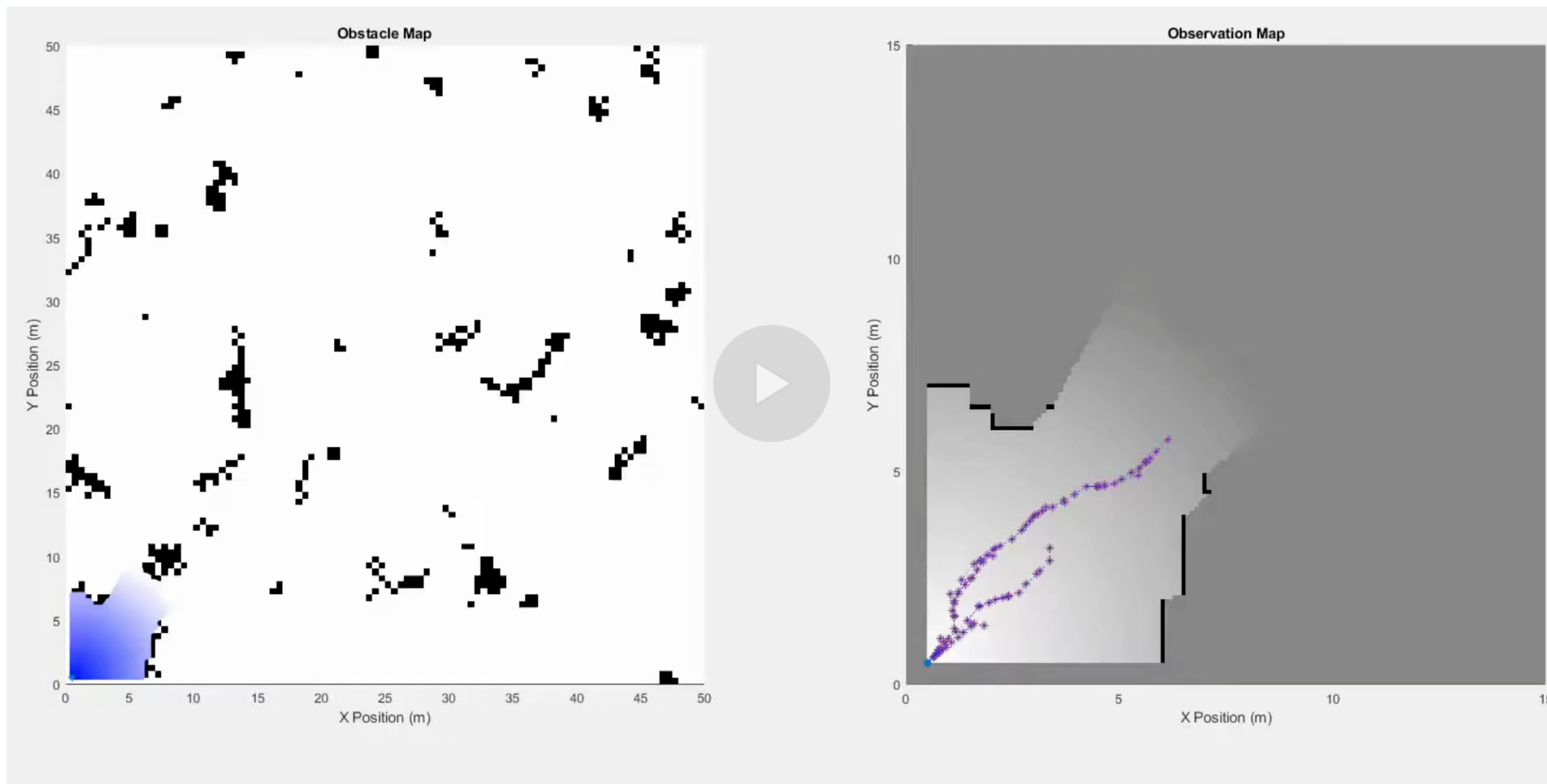
13: **end if**



03.

GP占有マップを用いた経路計画

- RRT (Rapidly-exploring Random Tree) = 高次元空間で効率的に経路探索するアルゴリズム



3.1 微分制約下でのRRT経路計画

- 通常RRTはホロノミックだが、UAVは非ホロノミック制約を持つ

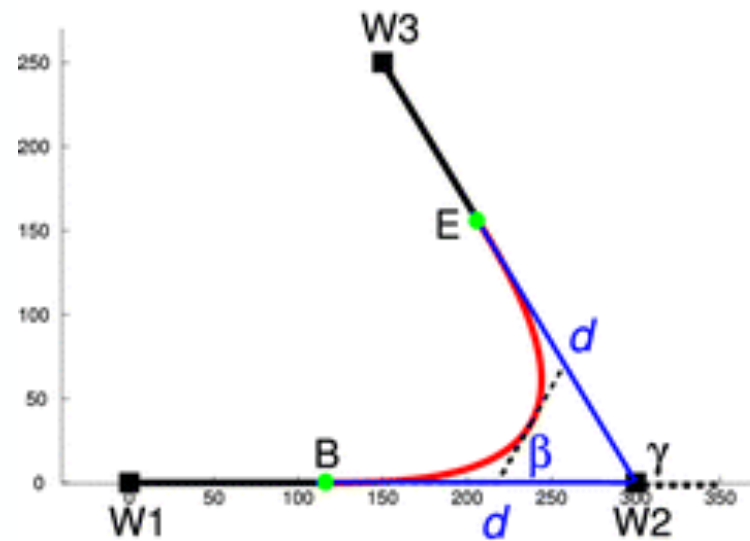
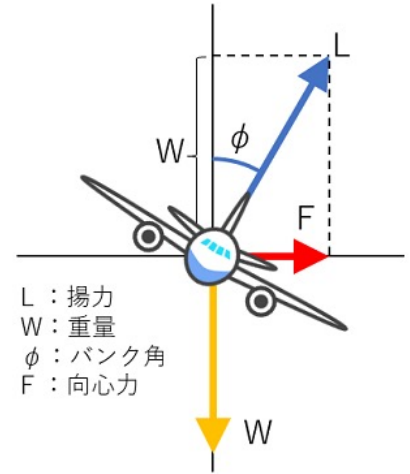
(例: 固定翼の旋回半径 $R = \frac{V^2}{g \tan \phi}$)

- 最大曲率制約を以下のように定数で設定 (先行研究より)

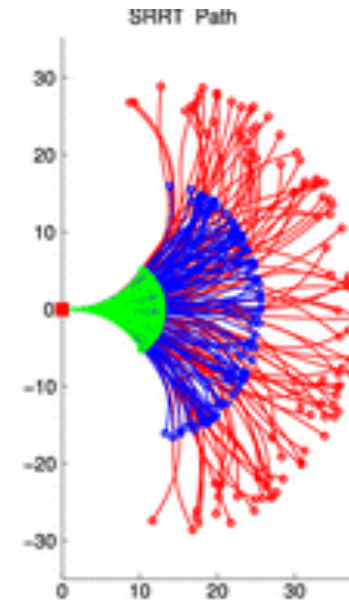
$$d = \frac{c_4 \cdot \sin \beta}{\kappa_{\max} \cdot \cos^2 \beta}, \quad \beta = \frac{\gamma}{2}$$

$$c_1 = 7.2364, c_2 = \frac{2}{5}(\sqrt{6} - 1), c_3 = \frac{c_2 + 4}{c_1 + 6}, c_4 = \frac{(c_2 + 4)^2}{54c_3}$$

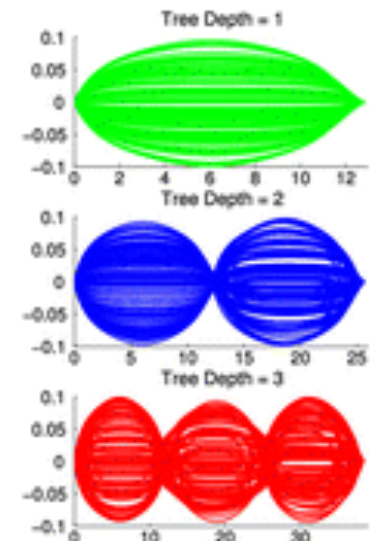
- 曲線連続性と最大曲率制約の両方を満たすように経路を生成



(a)



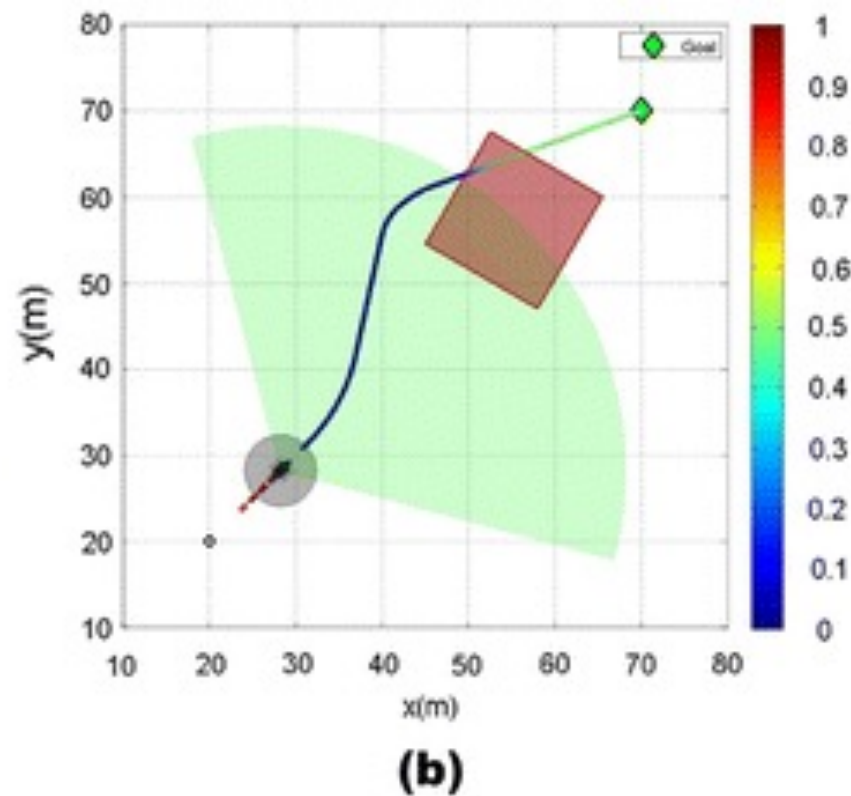
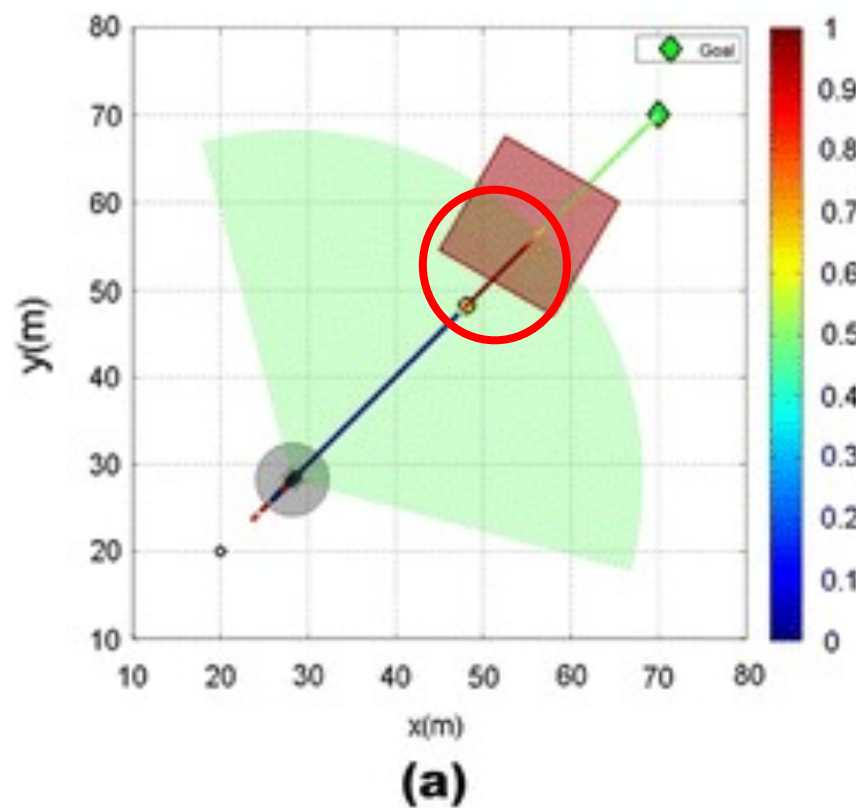
(b)



(c)

3.2 適応型動的再計画

- 衝突確率がしきい値を超えると経路を再計画する
- 右側のカラーバーは衝突確率 (デフォルト0.5)



04.

探査ミッションのための情報理論的経路計画

4.1 環境の不確実性の評価

情報量尺度の比較

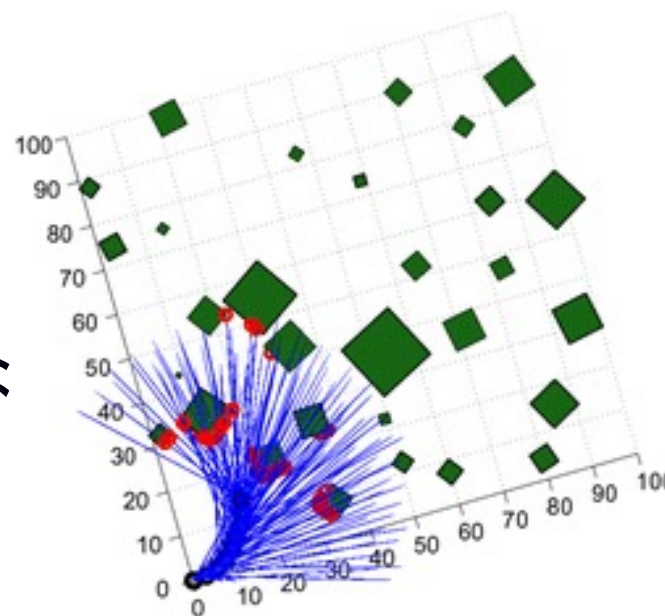
- フィッシャー情報量：ガウス表現には有用だがスカラーではないので×
- シャノン情報量：情報量の絶対的大きさではなく、観測後にどれだけの不確実性が減るかが知りたいので×
- 相互情報量：観測が行われた場合の得られる情報量が表せるので○

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_X(\theta) &= \mathbb{E}[V(x; \theta)^2 | \theta] \\ &= \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\theta | x) \right)^2 \middle| \theta \right]\end{aligned}$$

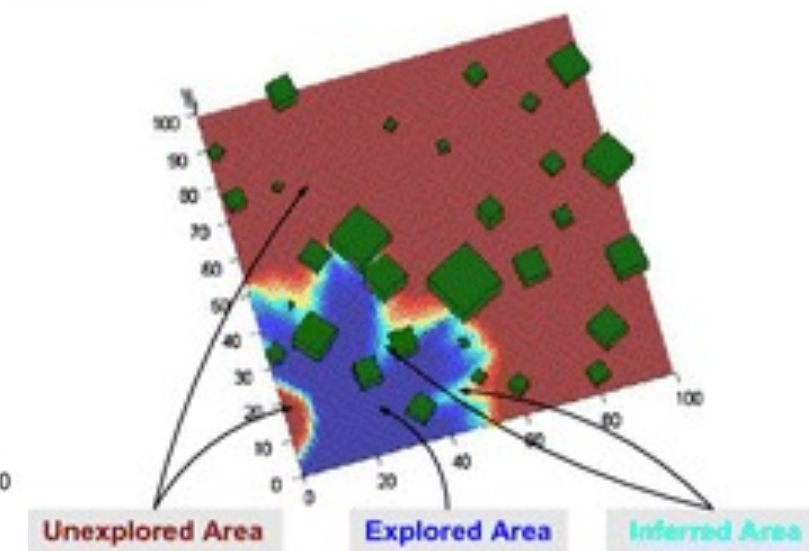
$$I(E) = \log \frac{1}{P(E)}$$

$$I(X; Y) = \sum_{y \in \mathcal{Y}} \sum_{x \in \mathcal{X}} p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}$$

- 共分散 $\sigma_*^2 = k(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_*) - k(\mathbf{x}_*, \mathbf{x})k(\mathbf{x}, \mathbf{x})^{-1}k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_*)$
- GPは障害物の遮蔽領域を推測
⇒遮蔽領域にはレーザーデータがないが、不確実性は未探索領域よりも小さい



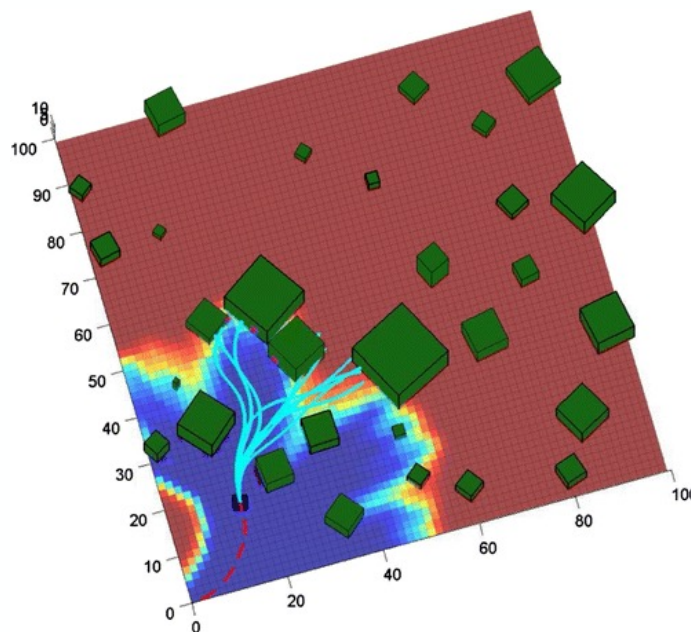
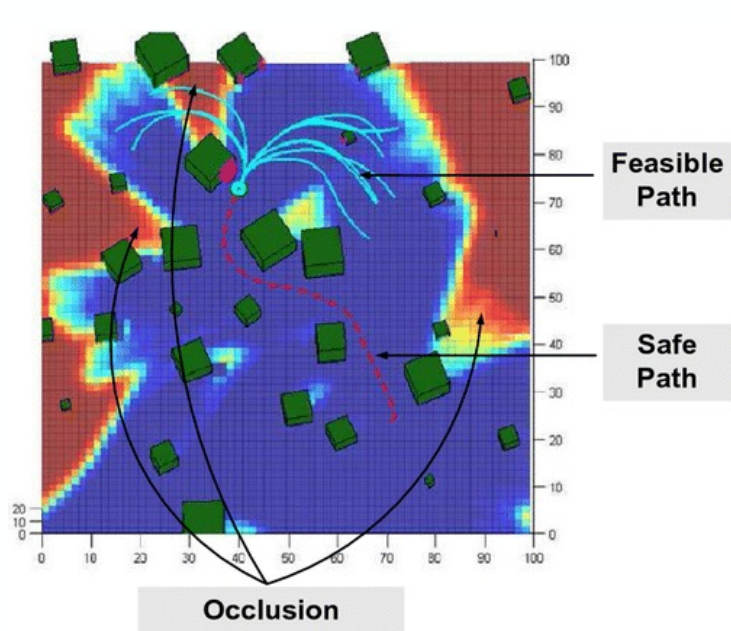
(a)



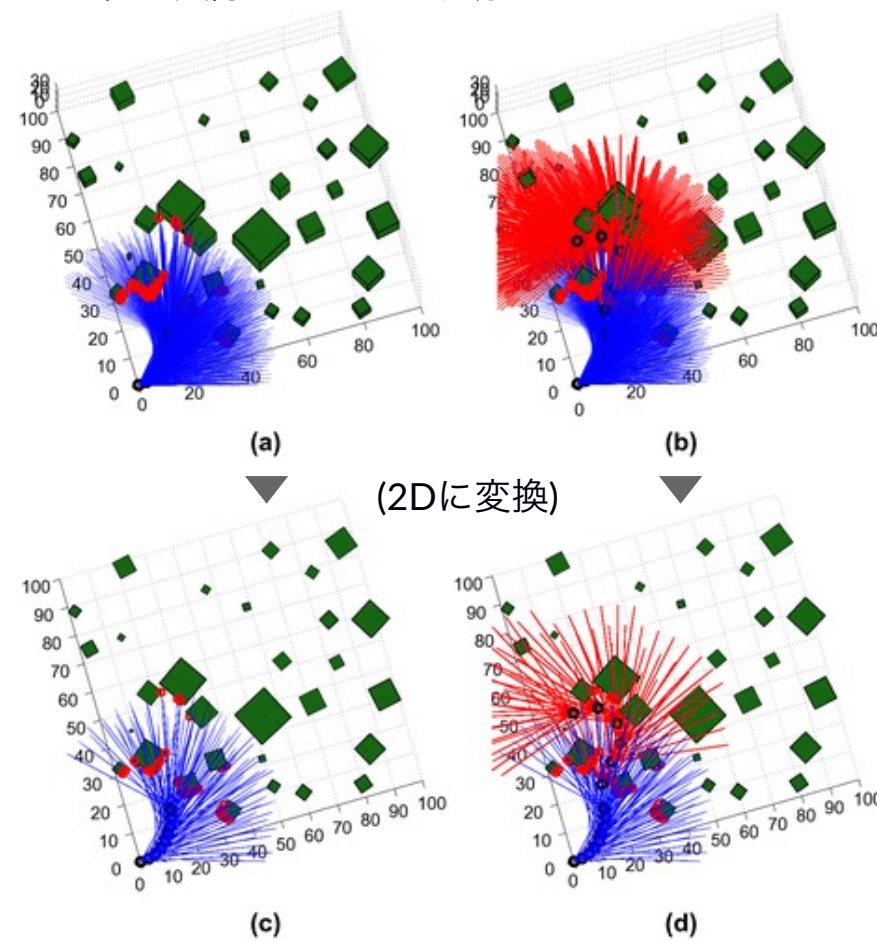
(b)

4.2 候補パスの生成

- 非ホロノミック制約を満たし、障害物との衝突が発生しない経路を生成
⇒経路の評価のために移動先を始点とするレーザーをエミュレート



青：実際のレーザー、赤：エミュレート



4.3 候補パスの相互情報量評価

- 観測後に不確実性が最小となる経路を選択するのが目的

- レーザーデータ $\Lambda^c = \Lambda^r \cup \Lambda^s$

(実際のレーザーデータ+シミュレートしたデータ)

- テスト点 $\mathcal{X}^t = \{\mathbf{x}_1^t, \mathbf{x}_2^t, \dots, \mathbf{x}_N^t\}$

実際 $\mathcal{X}^r = \{\mathbf{x}_1^r, \mathbf{x}_2^r, \dots, \mathbf{x}_n^r\}$

統合 $\mathcal{X}_i^c = \{\mathbf{x}_1^c, \mathbf{x}_2^c, \dots, \mathbf{x}_n^c\}$

- 共分散 $\mathbf{K}^r = k(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}^t) - k(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}^r)k(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^r)^{-1}k(\mathbf{x}^r, \mathbf{x}^t)$ $\mathbf{K}_i^c = k(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}^t) - k(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}^c)k(\mathbf{x}^c, \mathbf{x}^c)^{-1}k(\mathbf{x}^c, \mathbf{x}^t)$

$$I_i = \log |\mathbf{K}^r| - \log |\mathbf{K}_i^c|$$

観測前のエントロピー

パス*i*を選択した場合のエントロピー

⇒すべてのパスについて計算し、最大の相互情報量を得るパスを選択

05.



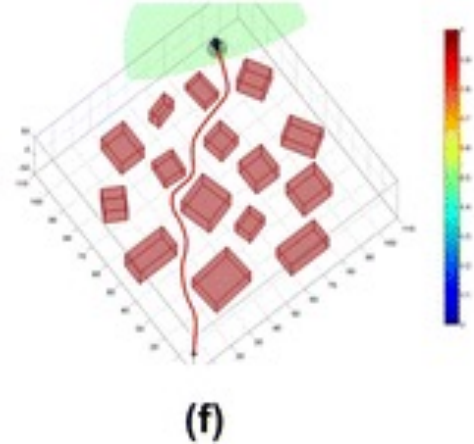
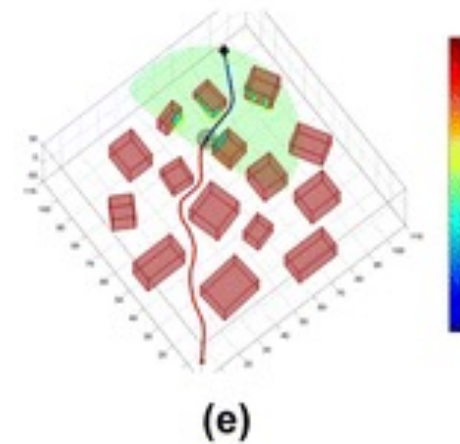
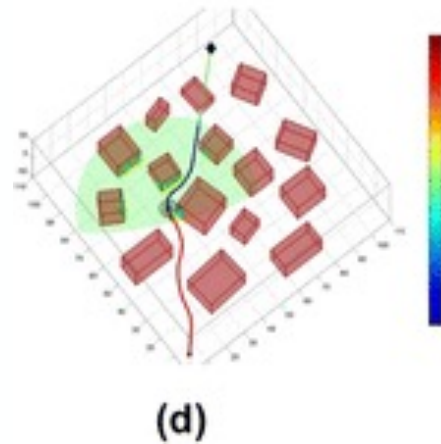
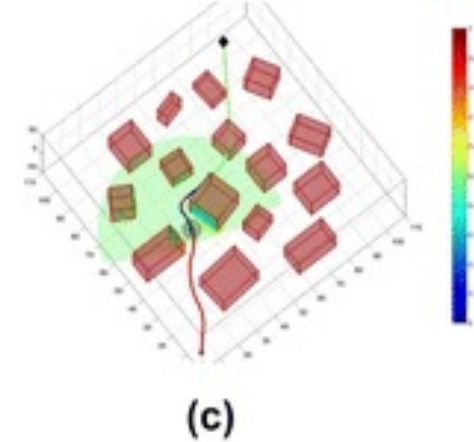
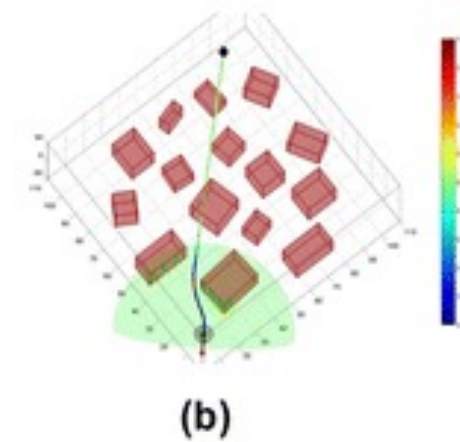
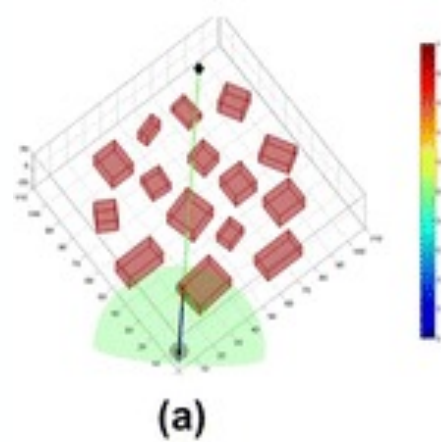
実験結果

5.1 都市環境の経路計画

- $[0, 0, 0] \rightarrow [100, 100, 0]$ へ移動
- 回転翼型UAV 5m/s
- レーザー1Hz, 40m, FOV 180°



- 生成経路は衝突確率は常に0.6未満となった

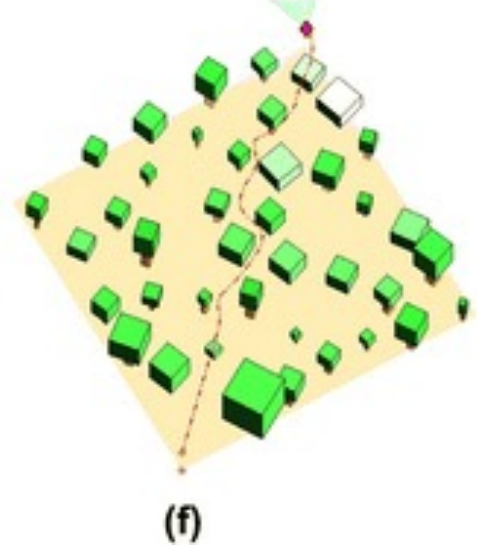
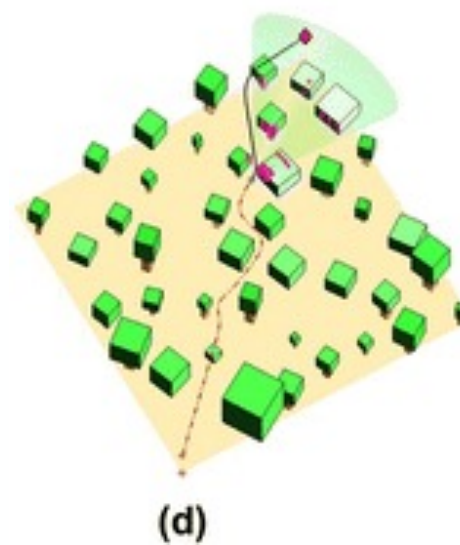
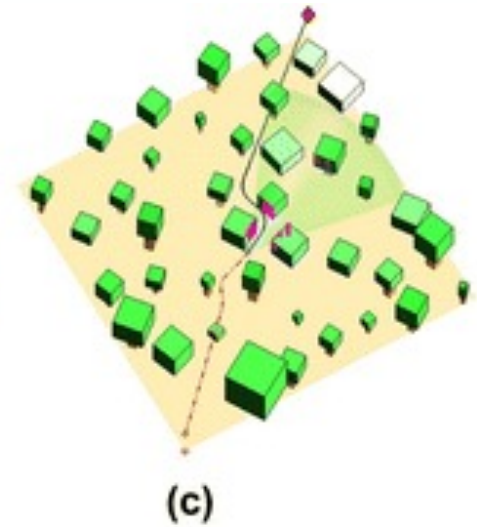
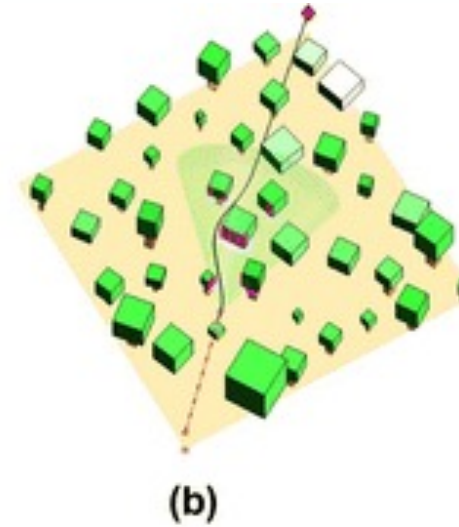
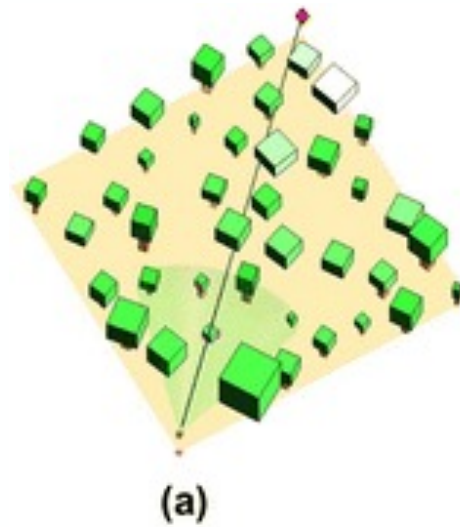


5.2 自然環境の経路計画

- $[0, 0, 0] \rightarrow [100, 100, 0]$ へ移動
- 回転翼型UAV 5m/s
- レーザー1Hz, 40m, FOV 60°



- より頻繁に経路を再計画
- 低木は乗り越えるような経路



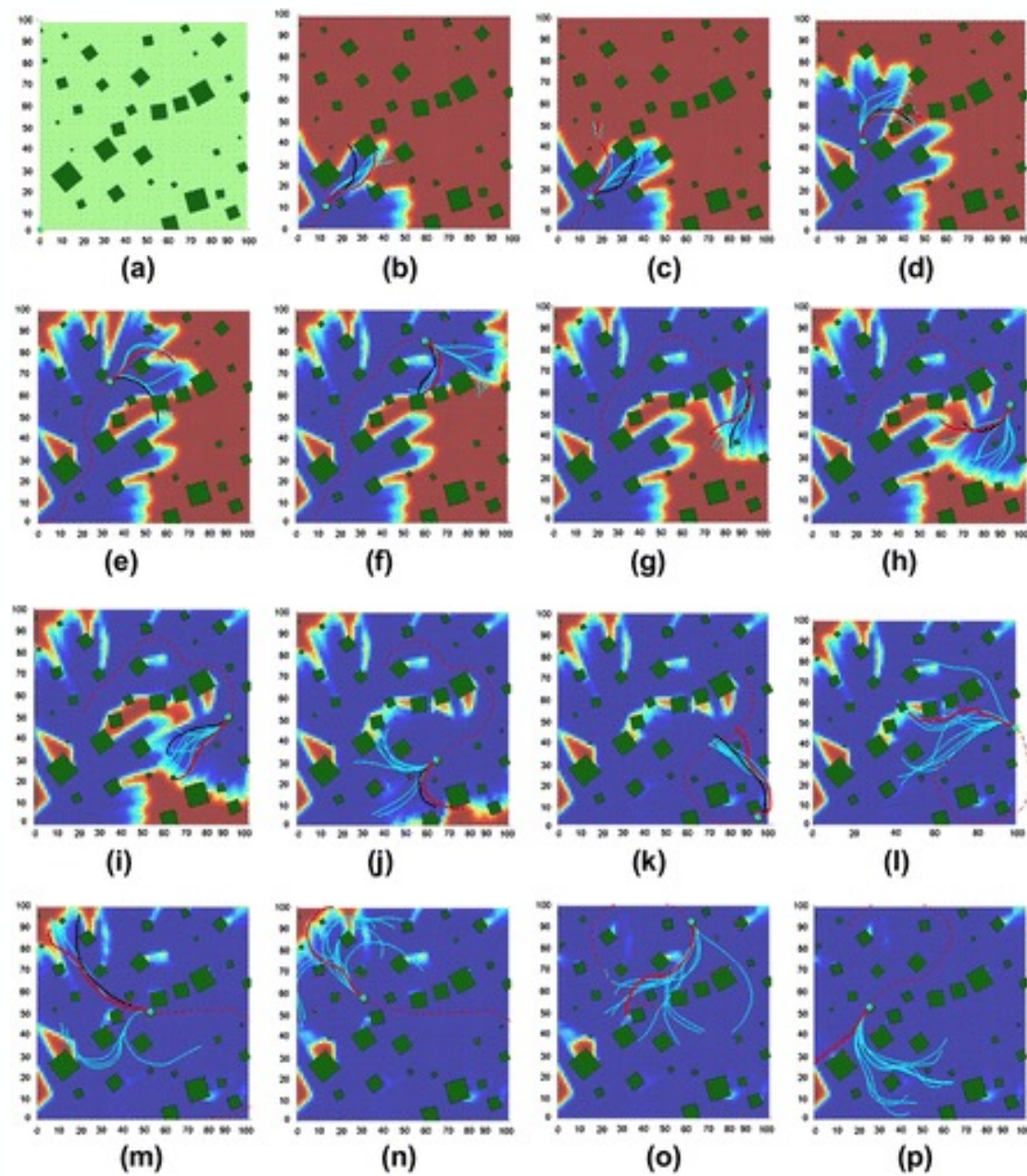
5.3 未知の環境の情報探査

- マップ全体を探索するタスク
- 赤→青になるにつれて不確実性が下がる
- 相互情報量尺度を使用



- 障害物があっても探索を正常に完了

(以上)



06.

結論

- GPマップ+RRTにより効率的な3次元経路計画が実現できた
- 連続3次元空間で任意の点について占有確率を推論可能
- 3次元経路探索および情報探査タスクが正常に達成できた

今後の発展

- 環境の根本的な構造やパターンを推論できる可能性のある非線形非定常共分散関数の使用
- 大規模なデータセットでの計算効率維持

- 連続空間で不確実性を考慮できる点、動力的制約を考慮できる点は👍
- 数値実験において他の手法との比較や定量的な評価がされておらず、シナリオも限定的なため疑問は残る
- GPのカーネル関数としてSquared-ExponentialはNNより効率的と述べられていたが、データ量とシナリオによってどう変化するのか
- RRTの後継、RRT*, Informed-RRT*など出ているのでより効率は上がりそう
- シナリオ①の都市建造物はPLATEAUとかで事前に入れておくほうが良さそう
- シナリオ③の情報探査は自分の研究の被災状況の不確実性を減らすといった文脈で使えそう👍

- RRTの後継、RRT*, Informed-RRT*など出ているのでより効率は上がりそう

