理論談話会　2017年 9月 15日

課題図書

藤田昌久, ポール・クルーグマン, アンソニー・J・ベナブルズ：
空間経済学--都市・地域・国際貿易の新しい分析,
東洋経済新報社, 2000

担当範囲

第II編　労働移動と地域の発展

第4章：独占的競争のディクシット＝スティグリッツのモデルとその空間経済への拡張

第5章：核と周辺地域

交通・都市・国土学研究室
修士2年　梅澤祥太

第4章　独占的競争のディクシット＝スティグリッツのモデルとその空間経済への拡張

効用関数の設定

まず経済として、以下の状況を設定する。

- **農業部門**：完全競争的、同一種の財を生産
- **工業部門**：不完全競争、広範囲の差別化された財を生産

消費者の効用関数を次のように設定する。

$$\boldsymbol{U = M^{\mu} A^{1-\mu}} \quad (4.1)$$

$\boldsymbol{M}$：工業品消費, $\boldsymbol{A}$：農業品消費, $\boldsymbol{\mu}$：工業品への支出割合

ここで、工業品は複数種あるため、$\boldsymbol{M}$を以下の部分効用関数で表す。

$$\boldsymbol{M = \left[\int_0^n m(i)^{\rho} di\right]^{1/\rho} \quad 0 < \rho < 1} \quad (4.2)$$

$\boldsymbol{m(i)}$：工業品 i の消費量, $\boldsymbol{n}$：多様性の程度（財の種類）
$\boldsymbol{\rho}$：工業品の多様性選好の度合い（$\boldsymbol{\rho} \rightarrow 0$で強くなる）

効用最大化問題

予算制約のもとでの効用最大化問題は以下のように書ける。

$$\max.\ U = M^{\mu} A^{1-\mu} \quad \text{s.t.} \quad p^{A} A + \int_{0}^{n} p(i) m(i) di = Y$$

p^{A}：農業品価格, $p(i)$：各工業品価格, Y：所得

これは次の2段階で解くことができる。

① Mを達成する費用を最小化するように各$m(i)$を決定する

② 総予算を農業品と工業品全体に分け、AとMを決定する

効用最大化問題を解く　① $m(i)$の決定

①を定式化すると以下

$$\min. \int_0^n p(i)m(i)di \quad \text{s.t.} \quad \left[\int_0^n m(i)^\rho di\right]^{1/\rho} = M \tag{4.3}$$

1階の条件は

$$\frac{m(i)^{\rho-1}}{m(j)^{\rho-1}} = \frac{p(i)}{p(j)} \tag{4.4}$$

（大雑把な導出：積分→単純和として考える）

$$L = \sum p(i)m(i) - \lambda\left\{\left[\sum m(i)^\rho\right]^{1/\rho} - M\right\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m(i)} = p(i) - \lambda\left[\sum m(i)^\rho\right]^{(1/\rho)-1} m(i)^{\rho-1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial m(j)} = p(j) - \lambda\left[\sum m(i)^\rho\right]^{(1/\rho)-1} m(j)^{\rho-1} = 0$$

効用最大化問題を解く　① $m(i)$の決定

①を定式化すると以下

$$\min. \int_0^n p(i)m(i)di \quad \text{s.t.} \quad \left[\int_0^n m(i)^\rho di\right]^{1/\rho} = M \tag{4.3}$$

1階の条件は

$$\frac{m(i)^{\rho-1}}{m(j)^{\rho-1}} = \frac{p(i)}{p(j)} \tag{4.4}$$

これより、$m(j)$をMの式に代入すると、

$$m(j) = \frac{p(j)^{1/(\rho-1)}}{\left[\int_0^n p(i)^{\rho/(\rho-1)} di\right]^{1/\rho}} M \tag{4.5}$$

効用最大化問題を解く　① $m(i)$の決定

Mを達成するための最小費用は

$$\int_0^n p(i)m(i)di = \int_0^n p(j)m(j)dj$$
$$= \underbrace{\left[\int_0^n p(i)^{\rho/(\rho-1)}di\right]^{(\rho-1)/\rho}}_{\text{価格指数}} M \tag{4.6}$$

Mの係数を価格指数と定義。これをGとすれば、

$$G = \left[\int_0^n p(i)^{\rho/(\rho-1)}di\right]^{(\rho-1)/\rho} = \left[\int_0^n p(i)^{1-\sigma}di\right]^{1/1-\sigma} \tag{4.7}$$

ただし$\boxed{\rho \equiv (\sigma-1)/\sigma}$とする

よって、$m(j)$は以下のように書け、（$j \rightarrow i$ とすれば）①が終了。

$$m(j) = \left(\frac{p(j)}{G}\right)^{1/(\rho-1)} M = \left(\frac{p(j)}{G}\right)^{-\sigma} M \tag{4.8}$$

効用最大化問題を解く　②AとMの決定

②を定式化すると以下

$$max.\ U = M^{\mu}A^{1-\mu} \quad \mathrm{s.t.} \quad GM + p^{A}A = Y \tag{4.9}$$

これを解くと、AとMが決定できる。

$$M = \frac{\mu Y}{G}, \qquad A = \frac{(1-\mu)Y}{p^{A}} \tag{4.10}$$

（導出：基本的なラグランジュ未定乗数法）

$$L = M^{\mu}A^{1-\mu} - \lambda\{GM + p^{A}A - Y\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial M} = \mu M^{\mu-1}A^{1-\mu} - \lambda G = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial A} = M^{\mu-1}(1-\mu)A^{-\mu} - \lambda p^{A} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = GM + p^{A}A - Y = 0$$

効用最大化問題を解く　② AとMの決定

②を定式化すると以下

$$max.\ U = M^{\mu}A^{1-\mu}\quad \mathrm{s.t.}\quad GM + p^{A}A = Y \tag{4.9}$$

これを解くと、AとMが決定できる。

$$M = \frac{\mu Y}{G},\qquad A = \frac{(1-\mu)Y}{p^{A}} \tag{4.10}$$

また、Mを$m(j)$に代入すれば、

$$m(j) = \left(\frac{p(j)}{G}\right)^{-\sigma} \times \frac{\mu Y}{G} = \mu Y\frac{p(j)^{-\sigma}}{G^{-(\sigma-1)}} \tag{4.11}$$

効用最大化問題の結果

以上①, ②から、

$$\boldsymbol{max.\ U = M^{\mu}A^{1-\mu}\quad \mathrm{s.t.}\ \ p^{A}A + \int_{0}^{n} p(i)m(i)di = Y}$$

を解き、農業品、各工業品についての需要関数を得た。

$$A = \frac{(1-\mu)Y}{p^{A}} \qquad (4.10)再$$

$$M = \frac{\mu Y}{G}, \qquad m(j) = \mu Y \frac{p(j)^{-\sigma}}{G^{-(\sigma-1)}} \qquad (4.11)再$$

これらをUに代入すると間接効用関数が得られる

$$U = M^{\mu}A^{1-\mu} = \mu^{\mu}(1-\mu)^{1-\mu}YG^{-\mu}(p^{A})^{-(1-\mu)} \qquad (4.12)$$

効用最大化問題の結果

この結果、提供される工業品の範囲が内生変数になった

全工業品が同一価格p^M で購入できると仮定。価格指数は

$$G=\left[\int_0^n p(i)^{1-\sigma}di\right]^{1/1-\sigma}=p^M n^{\underbrace{1/1-\sigma}_{<0}} \tag{4.7}$$

これより、価格指数 G の財の種類 n への感応度は異なる種類間の代替弾力性 σ に依存することがわかる。

また、(4.11)式とあわせると、以下がわかる。

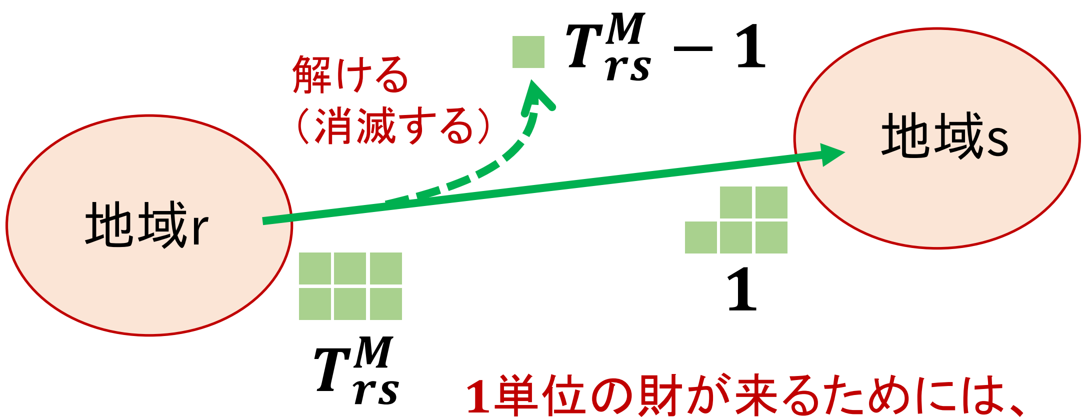
$$m(j)=\mu Y\frac{p(j)^{-\sigma}}{G^{\underbrace{-(\sigma-1)}_{<0}}} \qquad \text{(4.11)再}$$

n の増加 ➡ G の減少 ➡ $m(j)$ の減少

すなわち、財の種類を増加させると財市場の競争が激化し、既存財の需要曲線を下方にシフトさせる

輸送費の導入

輸送費をモデルに組み込むため、「氷塊輸送」という概念を導入



立地点は離散的でR個あるとする。

1単位の財が来るためには、
$T^M_{rs}(>1)$単位の財を発送する必要

地域$\boldsymbol{r}$では域内で生産された工業品が価格$\boldsymbol{p^M_r}$で販売される。
地域$\boldsymbol{s}$における送達価格$\boldsymbol{p^M_{rs}}$は次のようになる

$$\boldsymbol{p^M_{rs}=p^M_r\,T^M_{rs}} \tag{4.14}$$

また、どの種類の財も1地点のみで生産され、全ての種類の財は同一の生産技術と価格を持つと仮定。

輸送費の導入

立地点sでの工業品の価格指数G_sは

$$G_s = \left[\sum_{r=1}^{R} n_r (p_r^M \, T_{rs}^M)^{1-\sigma}\right]^{1/1-\sigma} \qquad s = 1, \dots, R \tag{4.15}$$

rで生産された財に対するsでの消費需要は (4.11) 式より

$$m(n_r)_{at\ s} = \mu Y_s (p_r^M \, T_{rs}^M)^{-\sigma} G_s{}^{(\sigma-1)} \tag{4.16}$$

ここで、氷塊輸送より、rではこのT_{rs}^M倍の量が発送されなければならないことを考慮し、工業品の総販売量q_r^Mは

$$q_r^M = \mu \sum_{s=1}^{R} Y_s (p_r^M \, T_{rs}^M)^{-\sigma} G_s{}^{(\sigma-1)} T_{rs}^M \tag{4.17}$$

労働投入量の設定

まず以下の状況を仮定する、

農業部門：完全競争市場、収穫不変の技術
工業部門：独占的競争市場、財レベルにおける規模の経済

生産技術は全ての財の種類、全ての立地点で同じとする。

労働を唯一の投入資源とすれば、労働投入量$\boldsymbol{l^M}$は

$$\boldsymbol{l^M = F + c^M q^M} \tag{4.18}$$

$\boldsymbol{F}$：固定的インプット, $\boldsymbol{c^M}$：限界的インプット, $\boldsymbol{q^M}$：生産量

利潤最大化問題

立地点$\boldsymbol{r}$における1企業の利潤最大化問題を定式化する

$$\boldsymbol{max.}\ \ \boldsymbol{\pi_r = p_r^M\, q_r^M - w_r^M\,(F + c^M q_r^M)} \tag{4.19}$$

$\boldsymbol{w_r^M}$：賃金率, $\boldsymbol{p_r^M}$：工場渡し価格, $\boldsymbol{q_r^M}$：総販売量 ← (4.17)式

これを解くと、

$$\boldsymbol{p_r^M = \frac{1}{1 - 1/\sigma}\, c^M w_r^M = \frac{c^M w_r^M}{\rho}} \tag{4.20}$$

（導出：一階微分および$\boldsymbol{\sigma}$の定義）

$$\boldsymbol{\frac{\partial \pi_r}{\partial p_r^M} = q_r^M + p_r^M \frac{\partial q_r^M}{\partial p_r^M} - w_r^M\, c^M \frac{\partial q_r^M}{\partial p_r^M} = 0}$$

企業は需要の価格弾力性を$\boldsymbol{\sigma}$として受け取るという仮定から

$$\boldsymbol{\sigma = -\frac{\partial q_r^M / q_r^M}{\partial p_r^M / p_r^M}}$$

利潤最大化問題

よって利潤は以下の関数となる。

$$\pi_r = w_r^M \left[\frac{q_r^M c^M}{\sigma - 1} - F \right] \tag{4.21}$$

ここで、独占市場において参入・退出規制がないと仮定すると、企業の利潤はゼロになることから、$\pi_r = 0$として、

$$q_r^M = \frac{F(\sigma - 1)}{c^M} \equiv q^* \tag{4.22}$$

（←立地点rによらない均衡値）

$$l^* = F + c^M q^* = F\sigma \tag{4.23}$$

立地点rにおける工業企業数（＝財の種類数）n_rは

$$n_r = \frac{L_r^M}{l^*} = \frac{L_r^M}{F\sigma} \tag{4.24}$$

L_r^M：立地点rでの工業労働者数

利潤最大化問題の結果

市場規模は、限界費用を上回るマークアップ（原価に加算される利潤）にも、個々の財が生産される生産規模にも影響しない

市場規模の効果は**生産される財の種類の変化**を通じて働くのみ

⇕

一般的にはより大きな市場はより激しい競争を発生させ、市場拡大のメリットを享受する方法の一つは大規模生産による。

これは、モデルの次の（やや現実とは離れた）仮定に由来する
・価格弾力性が一定の需要関数
・企業が利潤最大化行動の際に価格指数$\boldsymbol{G_s}$を一定とみなすという非戦略的行動

工業賃金方程式

(4.22) で導いた q^* を需要関数 (4.17) に代入すると、

$$q^* = \mu \sum_{s=1}^{R} Y_s (p_r^M)^{-\sigma} (T_{rs}^M)^{1-\sigma} G_s{}^{\sigma-1} \tag{4.25}$$

$$(p_r^M)^{\sigma} = \frac{\mu}{q^*} \sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} G_s{}^{\sigma-1} \tag{4.26}$$

これに、(4.20) を代入すると、各立地点の所得・価格指数・輸送費が所与の場合に、立地点rの企業が収支均等する賃金が示される。

$$w_r^M = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma c^M}\right)\left[\frac{\mu}{q^*} \sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{\underset{<0}{\underline{1-\sigma}}} G_s{}^{\underset{>0}{\underline{\sigma-1}}}\right]^{1/\sigma} \quad \text{賃金方程式} \tag{4.27}$$

Y_s →大、T_{rs}^M→小、G_s→大でw_r^M→大となる。

所得水準　輸送費　つまりn（財の種類）→減

実質賃金

賃金方程式により、名目賃金を導出できた。

一方、各立地点での実質所得は生計費指数 $\boldsymbol{G_r^{\mu}(p_r^A)^{1-\mu}}$ によりデフレートされた名目所得に比例する

よって立地点$\boldsymbol{r}$での工業労働者の実質賃金 $\boldsymbol{\omega_r^M}$ は

$$\boldsymbol{\omega_r^M = w_r^M G_r^{-\mu}(p_r^A)^{-(1-\mu)}} \tag{4.28}$$

となる。

測定単位の選択による単純化

適切な単位を選択し、無次元量$\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu}$を使って式を簡単にする

① 限界労働量について

$$\boldsymbol{c^M = \frac{\sigma - 1}{\sigma} = \rho} \tag{4.29}$$

となるようにすれば、次の式が出る。

$$\boldsymbol{p_r^M = w_r^M} \quad (4.30), \qquad \boldsymbol{l^* = q^*}$$

② 生産の固定的インプットについて

$$\boldsymbol{F = \frac{\mu}{\sigma}} \tag{4.31}$$

となるようにすれば、次の式が出る。

$$\boldsymbol{n_r = \frac{L_r^M}{\mu}} \quad (4.32), \qquad \boldsymbol{l^* = q^* = \mu} \quad (4.33)$$

測定単位の選択による単純化

以上の規準化をふまえ、価格指数と賃金方程式を書くと

$$G_r = \left[\sum_{s=1}^{R} n_s (p_s^M T_{sr}^M)^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)}$$

$$= \left[\frac{1}{\mu}\sum_{s=1}^{R} L_s^M (w_s^M T_{sr}^M)^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} \qquad (4.34)$$

$$w_r^M = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma c^M}\right)\left[\frac{\mu}{q^*}\sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} {G_s}^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma}$$

$$= \left[\sum_{s=1}^{R} Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} {G_s}^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma} \qquad (4.35)$$

立地点が2つの場合を考える

価格指数と賃金方程式は$r=1,2$ として、以下の式となる。

$$G_1^{1-\sigma}=\frac{1}{\mu}\left[L_1 w_1^{1-\sigma}+L_2(w_2 T)^{1-\sigma}\right] \quad (4.36\text{-}1)$$

$$G_2^{1-\sigma}=\frac{1}{\mu}\left[L_1(w_1 T)^{1-\sigma}+L_2 w_2^{1-\sigma}\right] \quad (4.36\text{-}2)$$

$$w_1^{\sigma}=Y_1 G_1^{\sigma-1}+Y_2 G_2^{\sigma-1}T^{1-\sigma} \quad (4.37\text{-}1)$$

$$w_2^{\sigma}=Y_1 G_1^{\sigma-1}T^{1-\sigma}+Y_2 G_2^{\sigma-1} \quad (4.37\text{-}2)$$

工業のみ着目より添字 M 省略、$T_{12}=T_{21}=T$ とした。
また、域内輸送費はゼロと仮定（$T_{11}=T_{22}=0$ ）。

立地点が2つの場合を考える

ここで、これらの式は $\boldsymbol{s=1,2}$ の変数に関して対称であり、
$\boldsymbol{L_1=L_2}$ かつ $\boldsymbol{Y_1=Y_2}$ なら $\boldsymbol{G_1=G_2}$ および $\boldsymbol{w_1=w_2}$ の解を有する

対称的な均衡値をそれぞれ $\boldsymbol{L,Y,G,w}$ として4つの式に代入・整理

$$\boldsymbol{1+T^{1-\sigma}=\frac{\mu}{L}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma}=\frac{w}{Y}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma}} \tag{4.38}$$

この均衡値周辺でのふるまいを調べるため、価格指数および賃金方程式を微分。対称性から $\boldsymbol{dX=dX_1=-dX_2}$ $(\mathbf{X}=\boldsymbol{L,Y,G,w})$ とする。

$$\boldsymbol{(1-\sigma)\frac{dG}{G}=\frac{L}{\mu}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}\left(1-T^{1-\sigma}\right)\left[\frac{dL}{L}+(1-\sigma)\frac{dw}{w}\right]} \tag{4.39}$$

$$\boldsymbol{\sigma\frac{dw}{w}=\frac{Y}{w}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}\left(1-T^{1-\sigma}\right)\left[\frac{dY}{Y}+(\sigma-1)\frac{dG}{G}\right]} \tag{4.40}$$

価格指数効果

(4.39)式において工業への労働力供給が完全に弾力的であり、$dw = 0$ と仮定する。

$$\frac{dG}{G} = \underbrace{\frac{1}{1-\sigma}}_{<0} \frac{L}{\mu}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1} \underbrace{\left(1-T^{1-\sigma}\right)}_{>0} \frac{dL}{L} \qquad (4.39')$$

$\uparrow T > 1, 1-\sigma < 0$ より

よって、工業部門の労働力変化 $\frac{dL}{L}$ は価格指数に負の効果 $\frac{dG}{G}$ を与える。

→ **価格指数効果**

域内市場効果

交易費用の指数 Z を以下のように定義する。（$0 \leq Z \leq 1$）

$$Z = \frac{1 - T^{1-\sigma}}{1 + T^{1-\sigma}} \tag{4.41}$$

この Z と (4.39) 式、(4.40) 式を用いて G の項を消去すると

$$\left[\frac{\sigma}{Z} + Z(1-\sigma)\right]\frac{dw}{w} + Z\frac{dL}{L} = \frac{dY}{Y} \tag{4.42}$$

先と同様に $dw = 0$ と仮定すると

$$\frac{dL}{L} = \frac{1}{Z}\frac{dY}{Y} \tag{4.43}$$

工業品の域内需要が増加（$\frac{dY}{Y}$ →大）すると、工業労働者数（→工業生産高）は比例以上（$\frac{1}{Z} > 1$）に増加（$\frac{dL}{L}$ →大）する

→ 域内市場効果

域内市場効果

工業品に対する高い需要を持つ立地点では、他の条件が同じであるとして、工業労働者により高い実質賃金が提供される傾向にある。

また、工業労働者が増えると、自身が消費者ともなり、地域全体として工業品に対する大きな需要が存在するようになる。

→ 工業集積が起きる過程の概要を示すことができた。

工業部門拡大→実質所得上昇効果の上限設定

工業品消費が域内需要のみで完結する場合（$Z=1$）を考える
実質賃金 (4.28) 式で、農業品価格 p^A は一定と仮定して全微分

$$\frac{d\omega}{\omega}=\frac{dw}{w}-\mu\frac{dG}{G} \tag{4.43}$$

(4.39), (4.40) 式, $Z=1$ を用いて変形すると、

$$\frac{d\omega}{\omega}=(1-\mu)\frac{dY}{Y}+\left(\frac{\mu-\rho}{\rho}\right)\frac{dL}{L} \tag{4.44}$$

工業品支出を一定（$dY=0$）とする（→名目支出が一定）と

$$\frac{d\omega}{\omega}=\left(\frac{\mu-\rho}{\rho}\right)\frac{dL}{L} \tag{4.45}$$

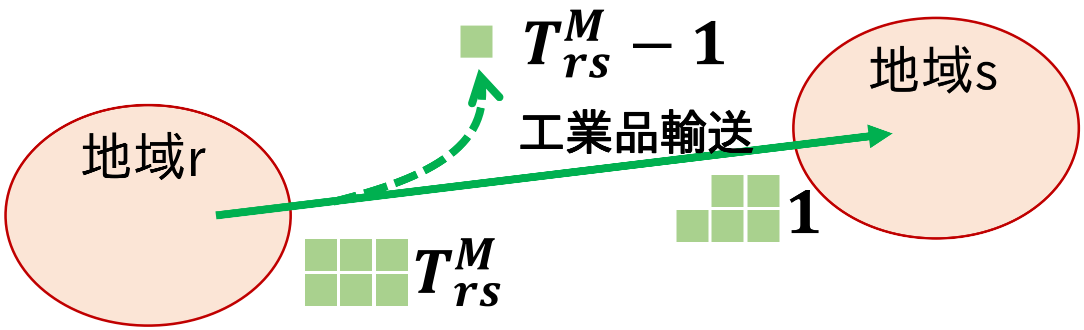
L→増（$\frac{dL}{L}>0$）でω→増（$\frac{d\omega}{\omega}>0$）を防ぐために、係数 $\frac{\mu-\rho}{\rho}<0$ とする。つまり、$\boxed{\mu<\rho}$ …ブラックホールの非存在条件

第5章　核と周辺地域

核と周辺地域

次のような地域を考えることとする

	農業	工業
投入資源	農業 労働者	工業 労働者
労働者数 [経済全体]	L^A	L^M
労働者 移動	なし	あり
労働者数 [地域r]	$\phi_r L^A$	$\lambda_r L^M$ (任意時点)
輸送	輸送費 ゼロ	氷塊 輸送



賃金 [農]：$w_r^A = 1$ ←地域に依らない価値尺度

賃金 [工]： w_r^M, ω_r^M

※ $L^M = \mu,\ L^A = 1 - \mu$ となるように単位を選択する

工業労働者は実質賃金が平均以下の地域から平均以上の地域へ移動。

動学過程は、平均実質賃金 $\bar{\omega} = \sum \lambda_r \omega_r$ (5.1) を用いて以下で書ける。

$$\dot{\lambda}_r = \gamma(\omega_r - \bar{\omega})\lambda_r \tag{5.2}$$

即時均衡解（以下の4R本の連立方程式の解）

① 所得　地域rの所得は

$$Y_r = \underbrace{\overset{L^M}{\overset{||}{\mu\lambda_r}}}_{\text{労働者数}}\ \underbrace{w_r}_{\text{賃金}} + \underbrace{(1 - \overset{L^A}{\overset{||}{\mu}})\phi_r}_{\text{労働者数}} \tag{5.3}$$

労働者数　賃金　［工業］

労働者数　（賃金は$w_r^A = 1$である）　［農業］

② 価格指数　(4.34) 式に $L_s^M = \mu\lambda_s$ を代入して

$$G_r = \left[\sum \lambda_s (w_s T_{sr})^{1-\sigma}\right]^{1/1-\sigma} \tag{5.4}$$

③ 名目賃金　(4.35) 式より

$$w_r = \left[\sum_s Y_s (T_{rs})^{1-\sigma} {G_s}^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma} \tag{5.5}$$

④ 実質賃金　(4.28) 式より

$$\omega_r = w_r {G_r}^{-\mu} \tag{5.6}$$

地域が2つの場合

・工業が2地域間に均等配分される
・一方の地域に集中する
↳経済が工業からなる**核地域**と農業からなる**周辺地域**に分かれる

どちらになるのか知りたい

$T_{12} = T_{21} = T,\ \lambda_1 = \lambda,\ \lambda_2 = 1 - \lambda,\ \phi_1 = \phi_2 = \frac{1}{2}$ とすれば、先の式は

所得

$$Y_1 = \mu\lambda w_1 + (1-\mu)/2 \tag{5.7}$$

$$Y_2 = \mu(1-\lambda)w_2 + (1-\mu)/2 \tag{5.8}$$

価格指数

$$G_1 = \left[\lambda w_1^{1-\sigma} + (1-\lambda)(w_2 T)^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} \tag{5.9}$$

$$G_2 = \left[\lambda (w_1 T)^{1-\sigma} + (1-\lambda) w_2^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} \tag{5.10}$$

名目賃金

$$w_1 = \left[Y_1 G_1^{\sigma-1} + Y_2 G_2^{\sigma-1} T^{1-\sigma}\right]^{1/\sigma} \tag{5.11}$$

$$w_2 = \left[Y_1 G_1^{\sigma-1} T^{1-\sigma} + Y_2 G_2^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma} \tag{5.12}$$

実質賃金

$$\omega_1 = w_1 G_1^{-\mu} \tag{5.13}$$

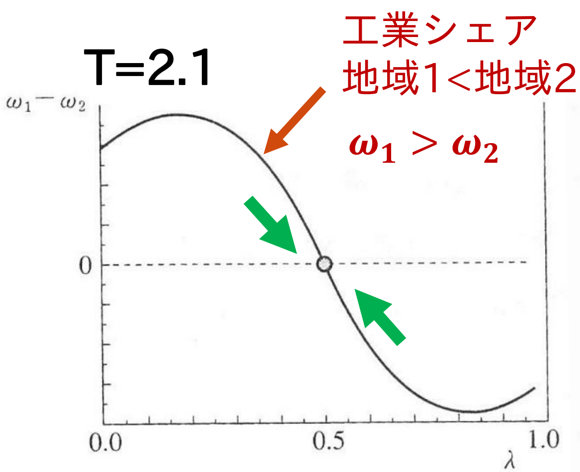
$$\omega_2 = w_2 G_2^{-\mu} \tag{5.14}$$

地域が2つの場合

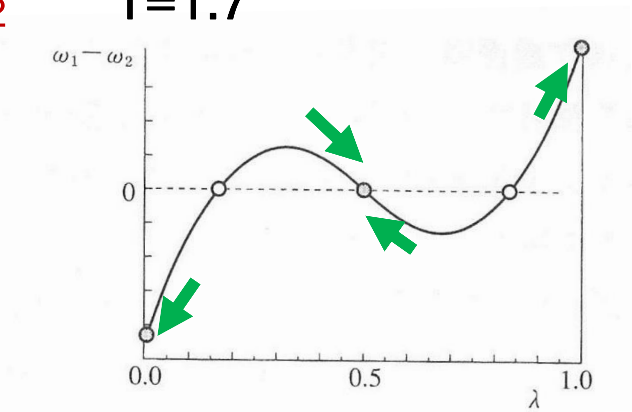
Tを固定として方程式を解き、$\boldsymbol{\omega_1 - \omega_2}$ と $\boldsymbol{\lambda}$ のグラフを書く

輸送費：高	輸送費：中程度	輸送費：低

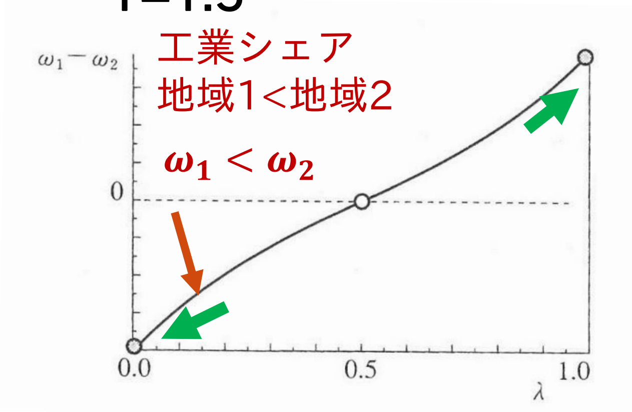
T=2.1



T=1.7



T=1.5



一方の地域の工業シェアが過半になると、実質賃金はもう一方より低くなる。

→ **対称均衡に収束**

λ が1/2に近い

→ **対称均衡に収束**

λ が十分高いor低い初期値から出発

→ **核-周辺パターンに**

一方の地域の工業シェアが過半になると、実質賃金はもう一方より高くなる。

→ **核-周辺パターンに**

地域が2つの場合

輸送費用による均衡タイプの変化

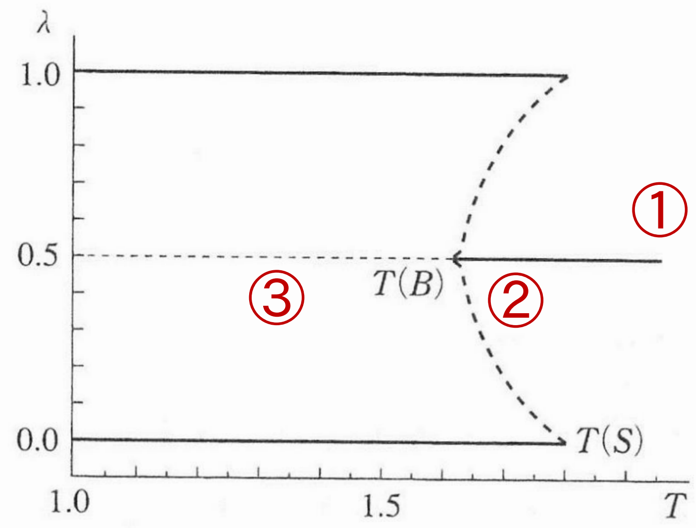


図 5.4　核一周辺パターンと分岐

実線：安定均衡
点線：不安定均衡

① 輸送費用が十分高い
→工業が２地域に均等配分される
安定均衡が1つ

② 輸送費用が臨界値 $\boldsymbol{T(S)}$より下がる
→全工業が1地域に集中する新たな
安定均衡が出現

③ 輸送費用が臨界値 $\boldsymbol{T(B)}$より下がる
→対称均衡は不安定になる

核-周辺パターンが成立している地域を考える

安定均衡かどうかを判断するには…… $\omega_1 \geq \omega_2$ かを確かめればよい

$\lambda = 1$ とし、$w_1 = 1$ と仮定すると、各式は以下のようになる

所得

$$Y_1 = (1+\mu)/2 \quad (5.7')$$

$$Y_2 = (1-\mu)/2 \quad (5.8')$$

価格指数

$$G_1 = 1 \quad (5.9')$$

$$G_2 = T \quad (5.10')$$

名目賃金

$$w_1 = 1 \quad (5.11')$$

$$w_2 = \left[\frac{1+\mu}{2}T^{1-\sigma} + \frac{1-\mu}{2}T^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma} \quad (5.12')$$

実質賃金

$$\omega_1 = 1 \quad (5.13')$$

$$\omega_2 = T^{-\mu}\left[\frac{1+\mu}{2}T^{1-\sigma} + \frac{1-\mu}{2}T^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma} \quad (5.14')$$

核-周辺パターンが成立している地域を考える

$\boldsymbol{\omega_2}$ に着目すると、

$$\boldsymbol{\omega_2} = \underbrace{\boldsymbol{T^{-\mu}}}_{<1}\left[\overbrace{\frac{\mathbf{1}+\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{2}}}^{\boldsymbol{Y_1}\,=}\underbrace{\boldsymbol{T^{1-\sigma}}}_{<1}+\overbrace{\frac{\mathbf{1}-\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{2}}}^{\boldsymbol{Y_2}\,=}\underbrace{\boldsymbol{T^{\sigma-1}}}_{>1}\right]^{1/\sigma} \qquad (5.16)$$

地域2→1への輸送費用上の不利　　地域1→2への輸送費用上の不利

第1項　　第2項

第1項：前方連関効果

地域2では工業品を移入しなければならない
→相対的に費用がかかり、工業労働者が住むのに魅力が少ない

第2項：後方連関効果（地域2に立地予定の企業が収支均等する名目賃金）

生産の集中による需要を通じて企業が支払える名目賃金に影響

核-周辺パターンが成立している地域を考える

続いて、(5.16) 式を変形し、

$$\omega_2^\sigma = \frac{1+\mu}{2} T^{1-\sigma-\mu\sigma} + \frac{1-\mu}{2} T^{\sigma-1-\mu\sigma} \tag{5.17}$$

$T = 1$ のとき$\omega_2 = 1 = \omega_1$ であり、立地点は無関係

(5.17) 式を全微分し、 $T = 1, \omega_2 = 1$ で評価すると、

$$\frac{d\omega_2}{dT} = \frac{\mu(1-2\sigma)}{\sigma} < 0 \tag{5.18}$$

よって輸送費用が低い水準では、$\omega_2 < 1 = \omega_1$ より安定均衡

核-周辺パターンが成立している地域を考える

一方、$\boldsymbol{T}$ が非常に大きい場合は

$$\underbrace{\boldsymbol{\omega_2^{\sigma}} = \frac{\mathbf{1}+\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{T}^{\underbrace{\mathbf{1}-\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\mu\sigma}}_{<\,\mathbf{0}}}}_{\to\text{非常に小さくなる}} + \frac{\mathbf{1}-\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{T}^{\underline{\boldsymbol{\sigma}-\mathbf{1}-\boldsymbol{\mu\sigma}}} \tag{5.17}$$

もし、$\boldsymbol{\sigma}-\mathbf{1}-\boldsymbol{\mu\sigma}<\mathbf{0}$ ならば、第2項も非常に小さくなる

ここで、第４章のブラックホールの非存在条件は、$(\boldsymbol{\sigma}-\mathbf{1})/\boldsymbol{\sigma}>\boldsymbol{\mu} \leftrightarrow \boldsymbol{\sigma}-\mathbf{1}-\boldsymbol{\mu\sigma}>\mathbf{0}$ であったから、$\boldsymbol{\sigma}-\mathbf{1}-\boldsymbol{\mu\sigma}<\mathbf{0}$ では集積力が強力で、核-周辺パターンは安定均衡

核-周辺パターンが成立している地域を考える

一方、T が非常に大きい場合は

$$\omega_2^\sigma = \underbrace{\frac{1+\mu}{2} T^{\underbrace{1-\sigma-\mu\sigma}_{<0}}}_{\text{→非常に小さくなる}} + \frac{1-\mu}{2} T^{\underline{\sigma-1-\mu\sigma}} \qquad (5.17)$$

逆に、$\sigma - 1 - \mu\sigma > 0$、つまりブラックホールの非存在条件が成立する場合は、第2項は非常に大きくなる。

この時の動きは右図に表される

$\sigma\ (,\rho)$→小

グラフの曲線は右に伸び、持続可能なTの範囲を広げる

$\sigma\ (,\rho)$→大

$T(S)$は1に近づき、工業は地域的需要を満たすために両地域に立地して生産

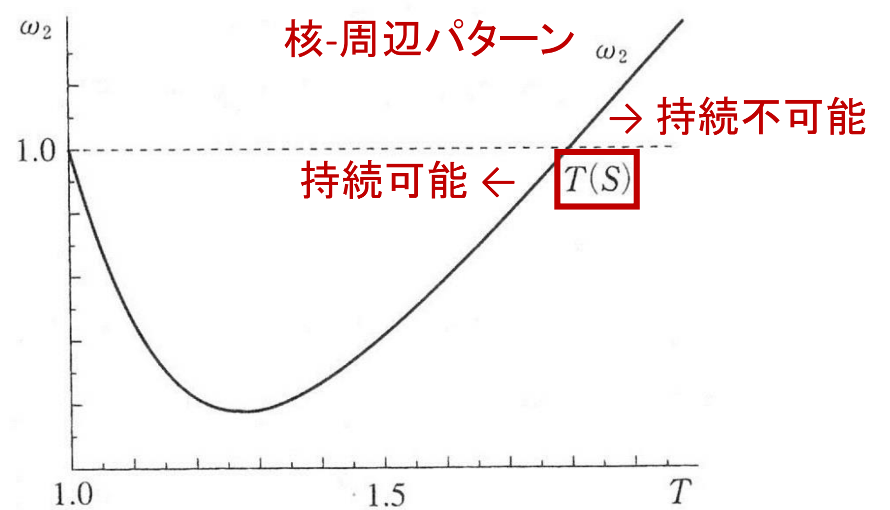


図 5.5 サステインポイント

$T(B)$ ブレークポイントの導出

対象均衡時の式を微分する。まず内生変数は以下となる。

$$\lambda = 1/2$$

$$Y_1 = Y_2 = 1/2$$

$${G_1}^{1-\sigma} = {G_2}^{1-\sigma} = (1 + T^{1-\sigma})/2$$

$$w_1 = w_2 = 1$$

(5.7),(5.8) の全微分と対称性ゆえの $dX = dX_1 = -dX_2$ $(\mathrm{X} = Y, G, w)$ を用いて、

$$dY = \mu d\lambda + \frac{\mu}{2} dw \qquad (5.21)$$

同様に(5.9),(5.10) の全微分から

$$(1-\sigma)\frac{dG}{G} = G^{\sigma-1}(1 - T^{1-\sigma})\left[d\lambda + \frac{(1-\sigma)dw}{2}\right] \qquad (5.22)$$

$T(B)$ ブレークポイントの導出

ここで、以下のZを用いて、(5.22)を書くと

$$Z = \frac{1 - T^{1-\sigma}}{1 + T^{1-\sigma}} \tag{5.23}$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{2Z}{1-\sigma} d\lambda + Z dw \tag{5.24}$$

同様に(5.11)-(5.14) の全微分から

$$\sigma dw = 2Z dY + (\sigma - 1) Z \frac{dG}{G} \tag{5.25}$$

$$G^{\mu} d\omega = dw - \mu \frac{dG}{G} \tag{5.26}$$

(5.21), (5.24), (5.25), (5.26) を用いて以下の式を導ける。

$$\frac{d\omega}{d\lambda} = 2ZG^{-\mu} \left(\frac{1-\rho}{\rho} \right) \left[\frac{\mu(1+\rho) - Z(\mu^2 + \rho)}{1 - \mu Z(1-\rho) - \rho Z^2} \right] \tag{5.27}$$

$\boldsymbol{T(B)}$ ブレークポイントの導出

ここで、(5.27) 式の符号は[ ]内の分子の符号に依存する。

$\boldsymbol{Z}\rightarrow 0$（輸送費小）だと、(分子) $> \mathbf{0}$ で $\frac{\boldsymbol{d\omega}}{\boldsymbol{d\lambda}} > \mathbf{0}$ となり均衡は不安定

$\boldsymbol{Z}=1$（輸送費超大）だと、$\underline{\boldsymbol{\rho} < \boldsymbol{\mu}}$ で $\frac{\boldsymbol{d\omega}}{\boldsymbol{d\lambda}} > \mathbf{0}$ となり均衡は不安定

ブラックホールの非存在条件が満たされない

$\boldsymbol{\rho} > \boldsymbol{\mu}$ で $\frac{\boldsymbol{d\omega}}{\boldsymbol{d\lambda}} < \mathbf{0}$ となり均衡は安定

$\boldsymbol{T(B)}$ ブレークポイントの導出

ブラックホールの非存在条件が満たされるとき、$\frac{d\omega}{d\lambda}$ と $\boldsymbol{T}$ のグラフは

$\boldsymbol{T(B)}$ は $\frac{d\omega}{d\lambda} = \mathbf{0}$ として得られる。

$$\boldsymbol{T^{\rho/(1-\rho)} = \frac{(\rho+\mu)(1+\mu)}{(\rho-\mu)(1-\mu)}} \qquad (5.28)$$

また、$\boldsymbol{T(S)}$, $\boldsymbol{T(B)}$ は
$\boldsymbol{\mu}$ に関して増加、$\boldsymbol{\rho}$ (,$\boldsymbol{\sigma}$) に関して減少

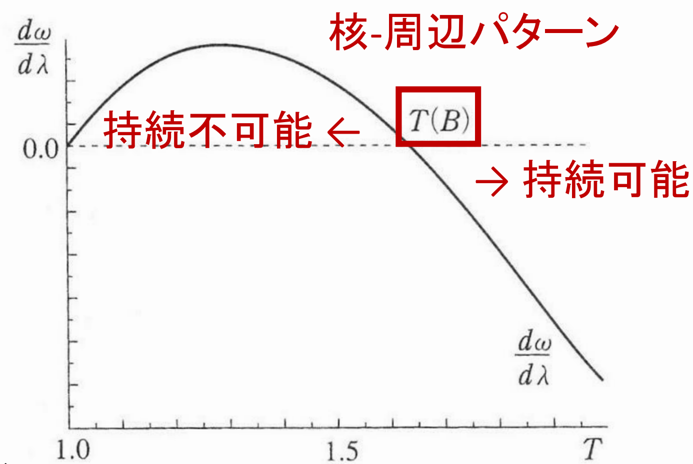


図 5.6 ブレークポイント

すなわち、対称均衡が不安定となる$\boldsymbol{T}$ の範囲は工業品への支出割合が高いほど、各工業品への差別化（多様性）欲求が高いほど広くなる。

表 5.1

	$\mu=0.2$		$\mu=0.4$		$\mu=0.6$	
	$T(B)$	$T(S)$	$T(B)$	$T(S)$	$T(B)$	$T(S)$
$\sigma=3(\rho=0.67)$	1.67	1.72	3.05	4.47	8.72	3124.7
$\sigma=5(\rho=0.8)$	1.26	1.27	1.63	1.81	2.30	5.00
$\sigma=7(\rho=0.86)$	1.158	1.164	1.36	1.44	1.68	2.44

第4章

独占的市場での競争を表すディクシット=スティグリッツのモデルを拡張し、空間経済において適用可能なモデルを設定した。

第5章

先のモデルを2地域について適用し、工業集積が起こる核-周辺モデルの実例および均衡範囲を考えた。

集積の経済が個別生産者レベルでの規模の経済、輸送費用、要素移動の相互作用によって、どのように生まれるのかがわかった。

集積力と分散力の相対関係、またこの関係が生み出す不連続な変化についての例示を得た。

今後

2地域から多地域へ拡大、輸送費の制約を現実に近づける